

台北市師大附中 112 下高一期末考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 設 $\cos(-160^\circ) = t$ ，則 $\tan 340^\circ$ 的值為下列何者？

(1) $\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$

(2) $\frac{-t}{\sqrt{1-t^2}}$

(3) $-\sqrt{1-t^2}$

(4) $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$

(5) $\frac{-\sqrt{1-t^2}}{t}$

2. $\triangle ABC$ 中， $\sin A \cos B - \sin B \cos A = 0$ ，則三角形 $\triangle ABC$ 的形狀是下列何種？

(1) 正三角形

(2) 等腰三角形

(3) 直角三角形

(4) 三邊不等長的三角形

(5) 無法判定

二、多選題（占 30 分）

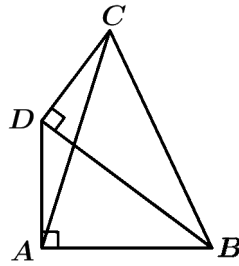
說明：第 3 題至第 7 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

3. 請選出正確的選項。

- (1) $\sin 55^\circ = \cos 35^\circ$
- (2) $\cos(-55^\circ) = \sin 145^\circ$
- (3) $\tan 775^\circ = \tan(-125^\circ)$
- (4) $\cos 55^\circ < \sin 55^\circ < \tan 55^\circ$
- (5) $\tan(-35^\circ) < \cos(-35^\circ) < \sin(-35^\circ)$

4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{BC} = 17$ 、 $\overline{CD} = 8$ 、 $\overline{DA} = 9$ 、 $\overline{BD} = 15$ ， $\angle DAB = \angle CDB = 90^\circ$ 。請選出下列正確選項。

- (1) $\overline{AC} < 17$
- (2) $\sin \angle ADC = 0.8$
- (3) $\cos \angle ADC = -0.8$
- (4) $\triangle ACD$ 的面積大於 22
- (5) A, B, C, D 四點共圓



5. 若 $\triangle ABC$ 三邊長為 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 。請選出正確的選項。

- (1) $\cos A > \cos C$
- (2) 三角形 ABC 的面積為 $\frac{15\sqrt{7}}{4}$
- (3) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- (4) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\frac{8\sqrt{7}}{7}$
- (5) 若 M 是 $\overline{BC}$ 中點，則 $\overline{AM} = \frac{\sqrt{23}}{2}$

6. 如圖，圓 O 為半徑 2 的圓， P 點是圓 O 上一動點， T 、 S 在 $\overleftrightarrow{OP}$ 上， $\overline{AT}$ 及 $\overline{BS}$ 分別切圓 O 於 A 、 B 點， $\overline{PQ}$ 與 $\overline{PR}$ 分別垂直 x 軸、 y 軸於 Q 、 R 點，若 $\angle POA = \theta$ 是第一象限角。請選出下列正確的選項。

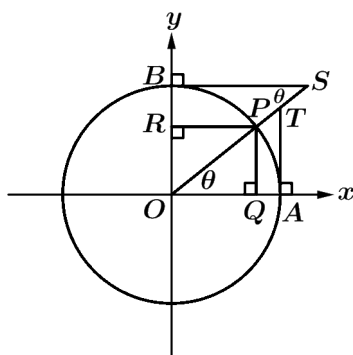
(1) P 點的直角坐標為 $(2 \sin \theta, 2 \cos \theta)$

(2) 矩形 $PQOR$ 的面積為 $4 \sin \theta \cos \theta$

(3) $\overline{AT} = \tan \theta$

(4) $\overline{BS} = \frac{1}{\tan \theta}$

(5) $\overline{OT} = \frac{2}{\cos \theta}$



7. 若 θ 為銳角且滿足 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{3}{4}$ ，請選出下列正確的選項。

(1) $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{16}$

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{23}{16}$

(3) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{32}{7}$

(4) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta = \frac{117}{128}$

(5) $\sin \theta > \frac{7}{8}$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 8 題至第 19 題，每題 5 分。

8. 求 $\frac{\sin^2 60^\circ + 2 \tan 45^\circ - \cos^2 60^\circ}{\sin 90^\circ - \cos 540^\circ} = \frac{\textcircled{8-1}}{\textcircled{8-2}}$ 。

9. 化簡 $\frac{\sin(90^\circ + \theta)}{\cos(-\theta)} - \frac{2 \tan(180^\circ + \theta)}{\tan(-\theta)} + \frac{3 \cos(180^\circ + \theta)}{\cos(180^\circ - \theta)} = \textcircled{9-1}$ 。

10. 已知坐標平面上兩點 $A [5, 28^\circ]$ 、 $B [4, 148^\circ]$ ，則 $\overline{AB} = \sqrt{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}$ 。

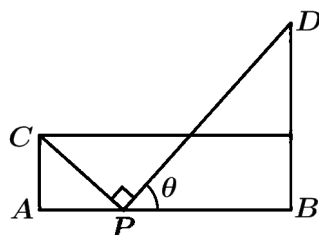
11. 平面上兩直線 $L_1 : x + y = 1610$ ， $L_2 : x - \sqrt{3}y = 1632$ 的斜角分別為 α° 、 β° ，兩直線所夾的銳角為 θ° ，則 $\alpha + \beta + \theta = \textcircled{11-1} \textcircled{11-2}$ 。

12. 若 θ 為第三象限角，且 $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ，則 $\frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2} \textcircled{12-3}}{\textcircled{12-4}}$ 。

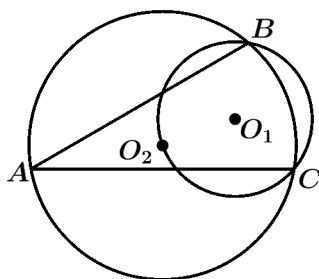
13. 已知 α ， β 為廣義角，若 $|\sin \alpha - 2| + |\sin \alpha - 4|$ 的最小值為 m_1 、 $|\tan \beta - 2| + |\tan \beta - 4|$ 最小值為 m_2 ，則數對 $(m_1, m_2) = (\textcircled{13-1}, \textcircled{13-2})$ 。

14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， M 為 $\overline{BC}$ 中點，今將 A 點摺至與 M 點重合，可得一摺線 $\overline{PQ}$ ，且 P 點在 $\overline{AB}$ 上， Q 點在 $\overline{AC}$ 上，則 $\overline{AP} = \frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}$ 。

15. 如圖 (此為示意圖，非實際比例)，道路的兩端 A 、 B 有兩棟大樓 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 均垂直於地面，兩樓高度差為 75 公尺，從 $\overline{AB}$ 道路的某處 P 點看兩樓頂視線的夾角為直角，而且 $\overline{PC}$ 長 75 公尺、 $\overline{PD}$ 長 $75\sqrt{5}$ 公尺、若 $\angle DPB = \theta$ ，則道路長 $\overline{AB}$ 為 $\frac{(15-1)(15-2)\sqrt{(15-3)}}{1}$ 公尺。



16. 如圖，圓 O_1 通過大圓的圓心 O_2 ，並交大圓於 B 、 C 兩點， A 是大圓上一點，且 $\angle BAC = 30^\circ$ ，已知圓 O_1 的半徑為 2，則大圓面積是為 $\frac{(16-1)(16-2)}{1}\pi$ 。



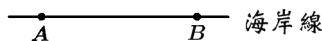
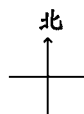
17. 有一條東西向的海岸線 (以上方為正北方)，北方為大海，岸邊有兩座觀測站 A 、 B ，兩觀測站相距 $10\sqrt{2}$ 公里。今有一艘漁船於海上航行，全程固定朝某一方位前進，航行期間，觀測站對漁船方位進行兩次測量。

第一次觀測時， A 、 B 觀測站測得漁船方位分別為北 15° 西、北 45° 西。

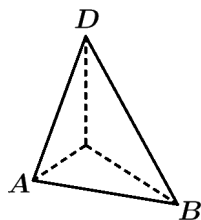
第二次觀測時， A 、 B 觀測站測得漁船方位分別為北 75° 東、北 45° 東。

(此為示意圖，位置距離非實際比例，僅供參考)

則在兩次觀測的間隔期間，漁船前進了 $\frac{(17-1)(17-2)\sqrt{(17-3)}}{1}$ 公里。



18. 如圖，在 200 公尺高丘的山頂 D 點上，觀測山腳下兩棵松樹 A 與 B ，測得樹 A 在山丘的正西方，且俯角為 45° ；又測得樹 B 在山丘的正南方，且俯角為 30° ，試問兩棵松樹的距離是 18-1 18-2 18-3 公尺。



19. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 9$ ， $\cos \angle BAC = \frac{5}{8}$ ，設點 P 、 Q 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上使得 $\triangle APQ$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{1}{3}$ ，則 $\overline{PQ}$ 的最小值為 19-1 $\sqrt{\text{19-2}}$

参考答案

1. 4 2. 2 3. 1234 4. 13 5. 234 6. 25 7. 345

8. $\frac{5}{4}$

9. 6

10. $\sqrt{61}$

11. 60

12. $\frac{-11}{2}$

13. (4, 2)

14. $\frac{7}{2}$

15. $75\sqrt{5}$

16. 12π

17. $20\sqrt{2}$

18. 400

19. $3\sqrt{2}$