

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期高三數甲期末考試題卷

一、單選題 (24 分)

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題答對者得 8 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

- 試問 $\frac{1}{4} \int_1^3 x^3 dx$ 的值為下列何者？
(1) 5 (2) 4 (3) 3 (4) 2 (5) 1
- 試問兩函數 $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$ 與 $g(x) = x^2 + 2x$ 的圖形所圍成之封閉區域面積為下列何者？
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10
- 設函數 $f(t) = \int_1^t (x^2 + 1) dx$ ，試問 $f(t)$ 在下列何處的導數值最小？
(1) $t = -1$ (2) $t = 0$ (3) $t = 1$ (4) $t = 2$ (5) $t = 3$

二、多選題 (36 分)

說明：第 4 至 6 題為多選題，每題全對得 12 分、錯一個選項得 9 分、錯二個選項得 6 分、錯三個選項得 3 分，其餘皆為 0 分。

4. 試選出正確的選項。

(1) $\int_{-2024}^{2024} (7x^7 + 3x^3 + x) dx = 0$

(2) $\int_{-1}^1 (x^{113} + x^{112} + x^{111}) dx = \frac{2}{113}$

(3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = 0$

(4) $\int_{-113}^{113} |x| dx = 12769$

(5) $\int_{-\pi}^{3\pi} \sin x dx = 0$

5. 附圖是函數 $y = f(x)$ 的圖形，已知 $\int_{-2}^6 f(x) dx = 8$ ，塗色區域面積為 4，試選出正確的選項。。

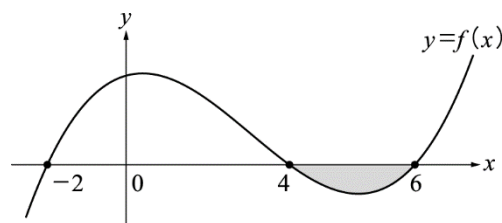
(1) $\int_{-2}^4 f(x) dx = 4$

(2) $\int_4^6 f(x) dx = -4$

(3) $\int_{-2}^6 (f(x) + 2) dx = 10$

(4) $\int_{-2}^6 |2f(x)| dx = 16$

(5) $\int_6^{-2} f(x) dx = -8$



6. 設 $f(x) = (3x-1)^2$ ，試選出正確的選項。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \left(3(-1 + \frac{3k}{n}) - 1 \right)^2 = \int_0^3 f(x) dx$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^n \left(-4 + \frac{9k}{n} \right)^2 = \int_{-1}^2 f(x) dx$

(3) $\sum_{k=1}^3 f(-3+k) > \int_{-3}^0 f(x) dx$

(4) $\sum_{k=1}^3 f(-4+k) > \int_{-3}^0 f(x) dx$

(5) $\sum_{k=1}^3 \frac{f(-4+k) + f(-3+k)}{2} > \int_{-3}^0 f(x) dx$

三、選填題（40分）

說明：第 7 至 11 題為選填題，每題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

7. 若 $S = \int_1^5 |x-3| dx$ ，則 S 的值為 ⑦。

8. 若函數 $h(x)$ 的導函數為 $h'(x) = 1$ ，且 $\int_0^2 h(x) dx = 4$ ，則 $h(1)$ 的值為 ⑧。

9. 若 $F(t) = \int_1^t (x-1)^2(x-2)(x-3)^2 dx$ ，其中 t 為實數，則 $F(3)$ 的值為 ⑨。

10. 設圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ ，若 V 為將圓 C 的內部(含邊界)繞 x 軸旋轉所得的旋轉體，則 V 的體積為 ⑩ π^2 。

11. 設多項式函數 $f(x)$ 滿足 $(x-1)f(x) = 3 \int_1^x f(t) dt$ 。若 $f(0) = 1$ ，則 $f(-1)$ 的值為 ⑪。

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期高三數甲期末考參考答案

一、單選題（24 分）

題號	1	2	3
答案	(1)	(4)	(2)

二、多選題（36 分）

題號	4	5	6
答案	(1)(2)(3)(4)(5)	(2)(5)	(2)(4)(5)

三、選填題（40 分）

題號	7	8	9	10	11
答案	4	2	0	4	4