

112 學年度第一學期第二次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第二章按比例成長模型

一、單選題（每題 6 分，共 18 分）

1. 滿足 $\log_3 (2x-7) \leq 2$ 的整數 x 有幾個？

- (1) 4 個 (2) 5 個 (3) 6 個 (4) 7 個 (5) 無限多個

2. 放射性物質的半衰期 T 定義為：每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 A, B ，開始記錄時，容器中物質 A 的質量為物質 B 的兩倍，而 120 小時後，兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期 7.5 小時，請問物質 B 的半衰期為幾小時？

- (1) 8 小時 (2) 10 小時 (3) 12 小時 (4) 15 小時 (5) 20 小時

3. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} (\text{W}/\text{m}^2)$ 。當測得的聲音強度為 $I (\text{W}/\text{m}^2)$ 時，

所產生的噪音分貝數 d 為 $d(I) = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。今有某機車製造公司聲稱研

發新款電動機車的引擎產生的噪音強度只有一般機車的 $\frac{1}{2}$ ，若該款電動機

車與一般機車所產生的噪音分別為 a, b 分貝，則關於 a, b 的關係下列哪一選項正確？(單選)

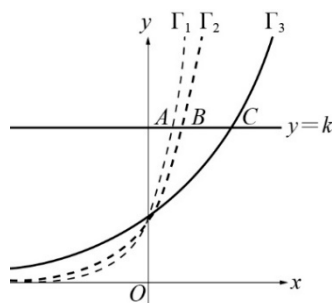
- (1) $b = 2a$ (2) $b = 10^{2a}$ (3) $b = 20 \log a$ (4) $b = a + 10 \log 2$

- (5) $b = a + 2 \log b$ 。

二、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分）

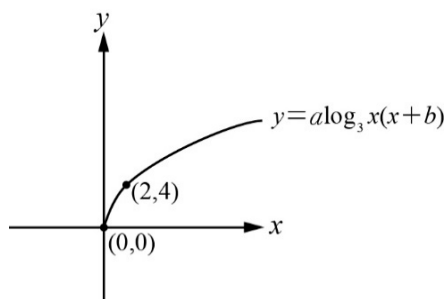
(說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。)

4. $y=2^x$ 、 $y=5^x$ 、 $y=10^x$ 之圖形皆在附圖中，水平線 $y=k$ ， $k>1$ 分別交 Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_3 於 A 、 B 、 C 三點，請選出正確的選項？



- (1) Γ_1 為 $y=2^x$ 之圖形 (2) C 點坐標為 $(\frac{\log 2}{\log k}, k)$
 (3) 若點 (r, s) 在 Γ_1 上，則點 $(r \cdot \log 2, 2s)$ 在 Γ_1 上
 (4) 將 Γ_1 做適當的伸縮可得 Γ_2 及 Γ_3 的圖形
 (5) $10^{-0.3} > 5^{-0.3} > 2^{-0.3}$

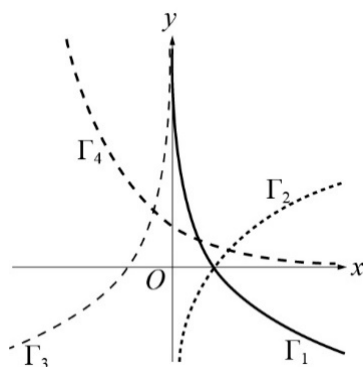
5. 某款遊戲中，將主角的攻擊力 (y) 與其生命值 (x) 設定成函數關係，其關係如下：
 $y = a \cdot \log_3(x+b)$ ， $a, b \neq 0$ ，其函數圖形如附圖，關於此遊戲的敘述，下列何者為真？



- (1) $a > 0$ (2) $b > 0$ (3) $a \cdot b > 0$
 (4) 當攻擊力要超過 20 時，生命值至少要為 245
 (5) 設 $x_1 < x_2$ ，當生命值為 x_1 時，其攻擊力為 y_1 ，生命值為 x_2 時，

攻擊力為 y_2 ，則生命值 $\frac{x_1+x_2}{2}$ 時的攻擊力小於 $\frac{y_1+y_2}{2}$

6. 如附圖， Γ_1 為 $y=\log_a x$ 的圖形， Γ_1 與 Γ_2 對稱於 x 軸， Γ_1 與 Γ_3 對稱於 y 軸， Γ_1 與 Γ_4 對稱於直線 $x-y=0$ ，請選出正確的選項？



- (1) $a > 1$ (2) Γ_2 為 $y = -\log_a x$ 的圖形
 (3) Γ_3 為 $y = -\log_a(-x)$ 的圖形
 (4) Γ_4 為 $y = a^{-x}$ 的圖形
 (5) 若 Γ_1 與 Γ_4 之交點為 (m, n) ，則 $m-n=0$

三、填充題（每題 7 分，共 28 分）

7. 求值： $4 \log_5 \sqrt{5} - \frac{1}{3} \log_5 2 + \log_{125} 250 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知坐標平面上三點 $(2, \log_3 2)$ 、 $(6, \log_3 6)$ 、 $(18, \log_3 t)$ 在同一直線上，則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 設 $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ ，已知 $f(a) = \frac{1}{3}$ ， $f(b) = \frac{1}{4}$ ，求 $f(a+b)$ 之值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 方程式 $\log(10^x + 100) = \frac{x}{2} + 1 + \log 2$ 的解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、簡答題（每題 4 分，共 8 分）

第 11~12 題之答案請取整數。

11. 金融學中常會提到「72 法則」，它是指「年報酬率 $r\%$ 的投資商品，一年複利一次，約經過 $\frac{72}{r}$ 年資產（本利和）將會達到原來的兩倍」。請以此規則計算，當銀行的年利率為 0.8% 時，若欲使本利和達到原來所存本金的兩倍，至少需要幾年？【 】

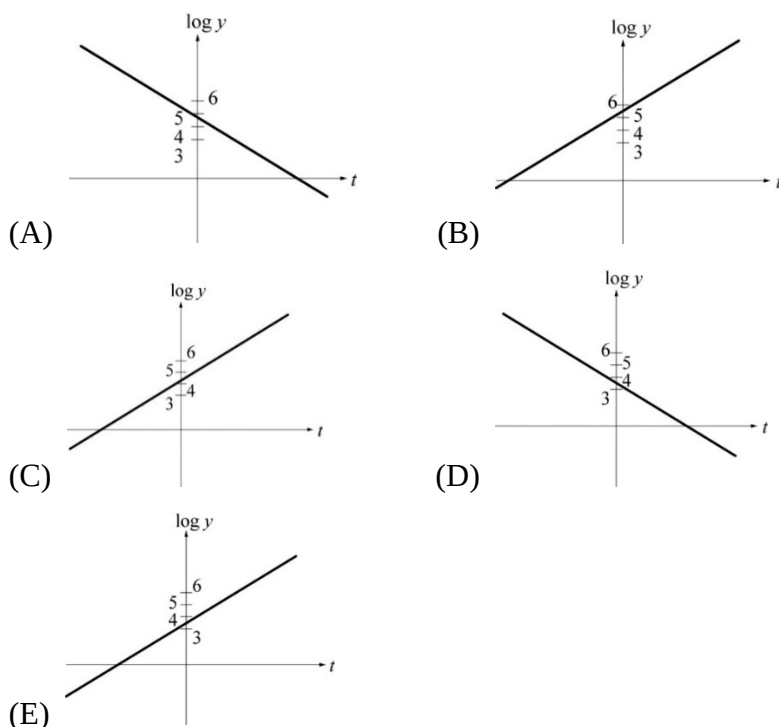
12. 已知某銀行定期存款年利率為 0.8% ，約定每三個月為一期，以複利計算，若欲使本利和達到原來所存本金的兩倍，至少需要幾年？【 】
(已知 $\log 1.002 \approx 0.00087$ ， $\log 1.008 \approx 0.00346$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

五、混合題組（共 10 分）

第 13~14 題為題組

研究人員發現某個特殊嚴重傳染性肺炎大流行時，在高峰期間染病確診人數每兩個月增加為 10 倍，以 $y = f(t)$ 表示 $t=0$ 開始時，染病確診人數隨時間 t 變化的函數，其中 t 以月為單位（不考慮每月天數）。

13. 假設該傳染性肺炎在流行高峰期間，初始染病確診人數為 30000 人。為了分析染病時間與染病確診人數的直線相關程度，而將其 y 坐標改成 $\log y$ ，請問將坐標軸改變後， t 與 $\log y$ 的函數圖形為哪一條直線？（單選題 5 分）



14. 承上題，假設有個國家人口約為 2500 萬人，若傳染率以及總人口數不變，且不採用任何醫療補救措施的情況下，請問最少經過_____個月，該傳染性肺炎染病確診人數會達到該國的全國人口數？（取到整數位）（填充題，5 分）（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）

六、混合題組（共 12 分）

第 15～17 題為題組

假設食物的保鮮時間和儲藏的溫度關係為指數函數，若牛奶放在 0°C 的冰箱中，保鮮的時間為 192 小時，但是放在 25°C 的桌上，則保鮮的時間為 40 小時。

15. 若儲藏溫度為 $x^{\circ}\text{C}$ ，保鮮時間 y 小時，試寫出兩者的函數關係？（單選題，3 分）

(A) $y = 192 \left(\frac{24}{5} \right)^{\frac{x}{25}}$ (B) $y = 192 \left(\frac{5}{24} \right)^{\frac{x}{25}}$ (C) $y = 192 \left(\frac{24}{5} \right)^{\frac{x}{5}}$

(D) $y = 192 \left(\frac{5}{24} \right)^{\frac{x}{10}}$ (E) $y = 192 \left(\frac{24}{5} \right)^{\frac{x}{12}}$

16. 若某人放了一罐牛奶在戶外的車子內，在戶外曝曬下車內溫度高達 75°C ，則牛奶保鮮的時間是_____ 小時。（填充題，4 分）

17. 後來他又買了一瓶家庭號牛奶，希望可以喝 5 天，則他應該將牛奶儲存在幾度以下？（四捨五入至小數點後第 1 位）（非選擇題，5 分）