

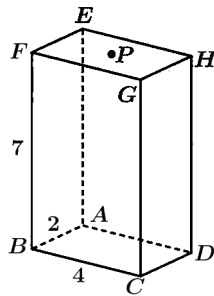
台北市師大附中 112 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 如圖，一個長方體的長、寬、高分別是 4、2、7，又 P 點為矩形 $EFGH$ 的中心點。現有一隻螞蟻從 A 點出發，在長方體表面爬行至 P 點，試問其最短路徑長是多少？



- (1) $\sqrt{54}$
- (2) $\sqrt{58}$
- (3) $\sqrt{68}$
- (4) $\sqrt{82}$

2. 關於空間觀念，下列何者敘述正確？

- (1) 空間中若兩直線沒有相交，則稱此兩直線相互平行
- (2) 空間中，方程式 $x + y = 1$ 的圖形為 xy 平面上的一條直線
- (3) 空間中一直線 $\overleftrightarrow{PA}$ 與平面 E 相交於 A 點，若 E 上 A 之外的一點 B 使得 $\angle PAB = 90^\circ$ ，則 $\overleftrightarrow{PA}$ 垂直於平面 E
- (4) 若空間中兩平面 E_1 、 E_2 相交於一線，則對於空間中任一點 P ，恰有一平面通過 P 點並同時垂直於平面 E_1 、 E_2

3. 空間中兩向量 $\vec{a} = (3, -2, 6)$ 與 $\vec{b} = (2, -1, 2)$ ， $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，且 $\vec{c}$ 平分 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角，則 t 值為何？

(1) $-\frac{7}{3}$

(2) $\frac{7}{3}$

(3) $\pm\frac{7}{3}$

(4) $\frac{3}{7}$

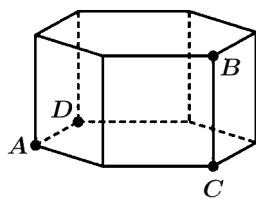
4. 右圖是邊長為 2 的正六角柱，其側面皆為正方形，試問 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = ?$

(1) $-12\sqrt{3}$

(2) -12

(3) $-6\sqrt{3}$

(4) -6

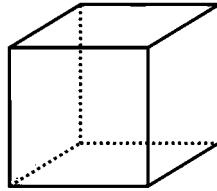


二、多選題（占 32 分）

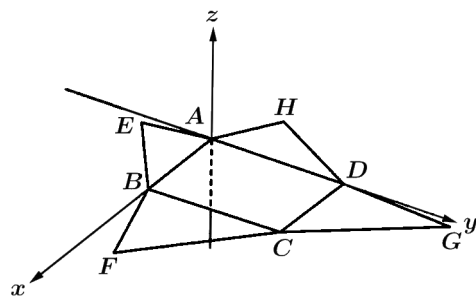
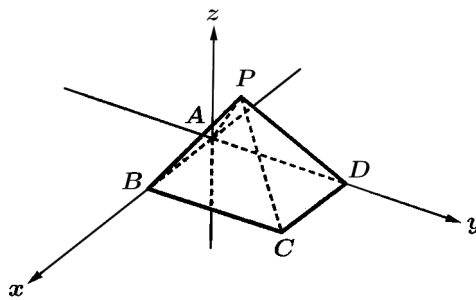
說明：第 5 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

5. 右圖是一個正立方體，今以一平面截此正立方體，請問下列何者是可能截出來的截面？

- (1) 非正三角形的等腰三角形
- (2) 直角三角形
- (3) 等腰三角形
- (4) 非菱形，亦非矩形的平行四邊形
- (5) 正五邊形



6. 如下圖，在空間中， $P-ABCD$ 為一個底部是矩形的四角錐，其中 $A(0,0,0)$ 、 $B(12,0,0)$ 、 $D(0,16,0)$ 。若將此角錐展開於 xy 平面後，發現 $E(1,-8,0)$ 、 $F(25,4,0)$ ，試問下列選項何者正確？



- (1) $\overline{AP} = \sqrt{65}$
- (2) P 點在 xy 平面的投影點座標為 $(1, 4, 0)$
- (3) 設從 A 點出發，沿著四角錐的表面行走，行徑 $\overline{BP}$ 稜後到達 C 點，令其最短路徑為 $\overline{AQ} + \overline{QC}$ ，其中 Q 在 $\overline{BP}$ 上，則此四角錐的側面 PAB 與側面 PBC 的夾角為 $\angle AQC$
- (4) 此四角錐側面 PAB 與底面 $ABCD$ 的夾角為 60°
- (5) $P(1, 4, 4\sqrt{3})$

7. 在空間中，由 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 、 $\overrightarrow{AE}$ 張開的平行六面體 $ABCD-EFGH$ ，若 $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AE} = V$ ，其中 $V > 0$ ，則下列何者敘述正確？

(1) 存在一組數對 (x, y) 使得 $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$

(2) 若 $|\overrightarrow{AE}| = 1$ ，則 $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = V$

(3) $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AG} = V$

(4) $(\overrightarrow{BD} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AE} = 2V$

(5) $(\overrightarrow{AE} \times \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AB} = -V$

8. 已知空間中一個平面 $E: \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 2$ ，分別交 x 軸、 y 軸、 z 軸於 A 、 B 、 C 三點， O 為原點，試問下列何者正確？

(1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (10, 6, 15)$

(2) 若 $P(9, -10, k)$ 落在平面 E 上，則 $k = 2$

(3) $|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = 30$

(4) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 40$

(5) 四面體 $O-ABC$ 的體積為 40

三、填充題（占 36 分）

說明：第 9 題至第 14 題，每題 6 分。

9. 在第一卦限有一點 P ，若 P 到 x 軸、 y 軸、 z 軸的距離分別是 $3\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{37}$ ，則 P 點坐標為【 】。

10. 在空間中， $A(4, -4, -3)$ 、 $B(-2, 3, 0)$ ，且 $P(x, 0, 0)$ ，若 $x = k$ 時， $\overline{AP} + \overline{BP}$ 的最小值為 m ，則數對 (k, m) 為【 】。

11. 空間中兩向量 $\vec{a} = (-1, 11, -7)$ 與 $\vec{b} = (2, -3, 1)$ ，若將 $\vec{a}$ 拆成與 $\vec{b}$ 平行的 $\vec{u}$ ，和與 $\vec{b}$ 垂直的 $\vec{v}$ ，則其中的 $\vec{v}$ 為【 】。

12. 已知 x 為實數，且 $\begin{vmatrix} 9 & 3-x & -7 \\ 1+x & -2x & 4 \\ -2 & 6 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ ，則 x 為【 】。

13. 空間中有兩個平面 $E_1: x+y=4$ ， $E_2: 2x-3y+5z=6$ ，若平面 E 同時垂直於 E_1 與 E_2 ，並且通過點 $(5, 8, 4)$ ，則平面 E 方程式為【 】。

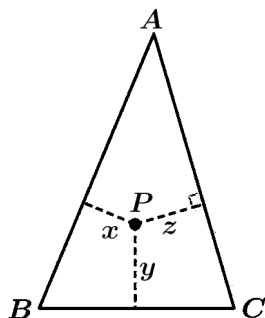
14. 空間坐標系中有兩點 $A(2, 3, 6)$ 、與 P 皆位於第一卦限，已知 $\overrightarrow{AP}$ 在平面 $E: 2x-3y-6z=8$ 上的正射影為 $\vec{u} = (3, -2, 2)$ ，且 $|\overrightarrow{AP}| = 9$ ，則 P 點坐標為【 】。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15－16 題組

如圖，在三角形 ABC 中，已知 $\overrightarrow{AB} = (-10, -24)$ ， $\overrightarrow{BC} = (17, 0)$ ，若在三角形 ABC 內部取一點 P ，並且自 P 點依序對 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 三邊做高，其長度依序為 x 、 y 、 z ，試問：



15. 三角形 ABC 的面積是多少？（單選題，4 分）

- (1) 408
- (2) 204
- (3) 170
- (4) 102

16. 試問 $\frac{13}{2x} + \frac{17}{y} + \frac{16}{25z}$ 的最小值是多少？又最小值發生時， x 、 y 、 z 各是多少？

（非選擇題，8 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 4 3. 2 4. 2

5. 134 6. 1245 7. 35 8. 25

9. (1, 6, 3)

10. $\left(\frac{1}{4}, 10\right)$

11. (5, 2, -4)

12. 5, 19, -3

13. $x - y - z = -7$

14. $\left(\frac{5}{7}, \frac{10}{7}, \frac{62}{7}\right)$

第貳部分：混合題

15. 2

16. $\frac{17}{6}$; $(x, y, z) = \left(6, 12, \frac{48}{25}\right)$