

桃園市武陵高中 112 下高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 86 分）

一、多選題（占 32 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 有關於 $\triangle ABC$ 的敘述，下列選項哪些是正確的？

- (1) 若 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，則 $\angle A = 30^\circ$
- (2) $\sin A + \sin B > \sin C$
- (3) 若 $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$ ，則 $\angle C = 90^\circ$
- (4) 若 $\cos A < 0$ ，則 $\angle A$ 是鈍角
- (5) 若三個高長度為 9、12、15，則 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形

2. 試選出正確的選項。

- (1) $\tan(-510^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (2) $\sin 1170^\circ = 0$
- (3) $\cos 180^\circ + \tan 315^\circ = 0$
- (4) $(\sin 64^\circ + \sin 26^\circ)^2 + (\sin 64^\circ - \sin 26^\circ)^2 = 2$
- (5) 若 $\frac{3 \sin \theta + 4 \cos \theta}{6 \sin \theta - 4 \cos \theta} = \frac{3}{2}$ ，則 $\tan \theta = \frac{5}{3}$

3. 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ 且 $\overline{AB} = 8$ ，請選出正確的選項。

- (1) 若 $\overline{BC} = 4$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
- (2) 若 $\overline{BC} = 5$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
- (3) 若 $\overline{BC} = 6$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
- (4) 若 $\overline{BC} = 8$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
- (5) 若 $\overline{AC} = 4$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積

4. 凸四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{CD} = 3$ ， $\tan \angle ABC = \sqrt{3}$ ，請選出正確的選項。

(1) $\overline{AC} > 8$

(2) 若 A, B, C, D 四點共圓，則 $\overline{AD} = 6$

(3) 若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 的外接圓半徑長相等，則 $\overline{AD} = 5$

(4) $\sin \angle ACD$ 的值有可能為 $\frac{3\sqrt{7}}{8}$

(5) $\overline{AD} < 2\sqrt{13}$

二、填充題（占 54 分）

說明：第 5 題至第 13 題，配分如下。

| 答對題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

| :—: | :—: | :—: | :—: | :—: | :—: | :—: | :—: | :—: |

| 配分 | 8 | 16 | 24 | 30 | 36 | 42 | 46 | 50 | 54 |

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長依序為 a 、 b 、 c ，且 $a = 4$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $b + c = 6$ ，試求 $\triangle ABC$ 之面積為【 】。

6. 某一種擲骰子遊戲規則如下：一次擲出五顆公正骰子，如果出現 1 點的個數少於非 1 點的個數，就必須重擲，直到 1 點的個數多於非 1 點的個數為止。此時如果恰出現三個 1 點得獎金 23 元，恰出現四個 1 點得獎金 46 元，恰出現五個 1 點得獎金 276 元。則玩此遊戲一次獎金的期望值為【 】元。

7. 設 α 、 β 皆為銳角，若 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha = \frac{1}{3}$ ，則 $\tan \frac{\beta}{2} =$ 【 】。

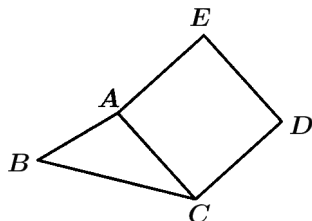
8. 一直線 L 的斜率為 -2 ，設直線 L 的斜角為 θ ，
試求 $\cos(90^\circ + \theta) - \cos(180^\circ + \theta) - \tan(-\theta) =$ 【 】。

9. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 R ，且 $2R(\sin^2 A - \sin^2 C) = (\sqrt{2}a - b)\sin B$ （其中 a ， b ， c 分別為 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的對邊長），試問 $\cos C =$ 【 】。

10. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 邊上的中線長分別為 6、15、18，且三中線交點為重心 G ，試求 $\cos \angle BGC =$ 【 】。

11. 小明乘坐熱氣球飛至空中一點 D ，此時俯視水平地面上相異三點 A 、 B 、 C ，發現三點的俯角皆為 60° 。若已知 $\overline{AB} = 20$ 公尺、 $\overline{AC} = 30$ 公尺、 $\overline{BC} = 40$ 公尺，則熱氣球 D 點的高度為【 】公尺。

12. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ ，以 $\overline{AC}$ 為一邊向外作出正方形 $ACDE$ ，試求 $\overline{BE}$ 的長為【 】。



13. 在平面上， A 、 B 、 C 三點的極坐標分別為 $[5, 0^\circ]$ 、 $[5, 180^\circ]$ 、 $[5, \theta]$ ， $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 10，若滿足條件的 θ 角有 n 個，分別為 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ ，則 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n =$ 【 】度。

第貳部分：混合題（占 14 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 – 15 題組

有一個遊戲的規則如下：從一個裝有編號 1 ~ 9 號，共 9 顆球的袋子中，一次抽出三顆相異球，若所得的 3 個號碼只滿足下列 A 或 B 兩個條件中的其中一個，則可得到獎金 100 元；若兩個條件都滿足，則可得到獎金 400 元；若兩個條件都不滿足，則無獎金。

A ：三個號碼皆為奇數或皆為偶數。

B ：三個號碼由小排到大為等差數列。

試回答下列問題：

14. 事件 A 、 B 、 $A \cap B$ 發生的機率分別為何？（非選擇題，9 分）

15. 玩此遊戲一次獲得的期望值為多少元？（非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2345 2. 45 3. 145 4. 35

5. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

6. 26

7. $2\sqrt{2}$

8. $\frac{3\sqrt{5}}{5} - 2$

9. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. $-\frac{5}{8}$

11. $16\sqrt{5}$

12. $\sqrt{41 + 16\sqrt{6}}$

13. 720

第貳部分：混合題

14. $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{4}{21}, P(A \cap B) = \frac{1}{14}$

15. 50 元