

北一女中 112 學年度第一學期高三選修數學甲第一次段考

解題時可能需要用到的公式：

二項分布：若  $X \sim B(n, p)$ ，則  $E(X) = np$ ； $Var(X) = np(1 - p)$

幾何分布：若  $X \sim G(p)$ ，則  $E(X) = \frac{1}{p}$ ； $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1. 已知實係數方程式  $x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$  有一根  $1 + i$ ，試問哪一個選項也是此方程式的根？

- (1) 2    (2) -2    (3) 3    (4) -3    (5) 6

2. 已知  $4 - 2i$  為複數  $a$  的一個四次方根，試問  $a$  的另三個四次方根在複數平面上圍成的三角形面積為何？

- (1)  $10\sqrt{3}$     (2) 20    (3)  $10\sqrt{10}$     (4) 40    (5)  $20\sqrt{10}$

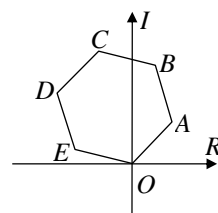
3. 設複數平面上五點  $P_k(\cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5})$ ， $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ，試問哪一個選項為  $\angle P_1 P_3 P_2$ ？

- (1)  $\frac{\pi}{10}$     (2)  $\frac{\pi}{5}$     (3)  $\frac{3\pi}{10}$     (4)  $\frac{2\pi}{5}$     (5)  $\frac{\pi}{2}$

4. 如右圖，在複數平面上正六邊形  $OABCDE$ ，其中  $O$  為原點，

$A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 、 $E(e)$ ，試問哪一個選項為  $\frac{c-e}{b-a}$ ？

- (1)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$     (2)  $\sqrt{3}i$     (3)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$     (4)  $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$     (5)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$



二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

5. 設  $z = \cos 100^\circ + i \sin 100^\circ$ ，則下列哪些選項是正確的？（ $\bar{z}$  為  $z$  的共軛複數）

- (1)  $\bar{z}$  的主幅角為  $260^\circ$     (2)  $z^4$  的主幅角為  $400^\circ$     (3)  $1 + z$  的主幅角為  $40^\circ$   
(4)  $i + z$  的主幅角為  $95^\circ$     (5)  $z^2$  與  $(\bar{z})^{-2}$  的主幅角相等

6. 設  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$  是一個實係數三次多項式，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) 若方程式  $f(x) = 0$  有一整數根，則此根不可能為 5。  
(2) 若  $f(4 + 2i) = 0$ ，則  $f(4 - 2i) = 0$   
(3) 若  $f(2 - 3i) = 7$ ，則  $f(2 + 3i) = -7$   
(4) 方程式  $f(x) = 4$  至少有一正根  
(5) 方程式  $f(x) = 4$  至少有一負根

7. 某人投擲 1 枚不公平硬幣 30 次，每次硬幣出現正面的機率為 0.4，各次間互不影響。設隨機變數  $X$  表示投擲 30 次中出現正面的次數，請問下列哪些選項是正確的？

- (1)  $X$  的期望值為 12      (2)  $X$  的標準差小於 3      (3)  $X = 12$  時，機率最大  
(4)  $P(X = 11) = P(X = 13)$       (5)  $P(X = 13) < P(X = 14)$

8. 某彩卷公司宣稱每張彩卷的中獎機率至少 0.2，某甲決定每期買一張直到中獎為止，以測試是否拒絕假設「每張彩卷的中獎機率至少 0.2」。設  $X$  為中獎時，總共買彩卷的張數。以中獎機率 0.2 測試，設定顯著水準 0.05，以 " $X > k$ " 為拒絕域。請利用右表判斷下列哪些選項是正確的？

- (1)  $P(X = 3) = 0.128$   
(2)  $P(X > 3) = 0.512$   
(3)  $P(X > k) = (0.8)^{k-1}$   
(4) 拒絕域為  $X > 14$   
(5) 若直到第 14 期才中獎，則拒絕假設。

| $k$ | $P(X = k)$ | $P(X \leq k)$ | $k$ | $P(X = k)$ | $P(X \leq k)$ |
|-----|------------|---------------|-----|------------|---------------|
| 9   | 0.033554   | 0.865782      | 13  | 0.013743   | 0.945024      |
| 10  | 0.026843   | 0.892626      | 14  | 0.010995   | 0.956020      |
| 11  | 0.021474   | 0.914101      | 15  | 0.008796   | 0.964816      |
| 12  | 0.017179   | 0.931281      | 16  | 0.007036   | 0.971853      |

三、填充題（每題 6 分，共 18 分）

9. 設  $X$  為一隨機變數，已知  $E(X + 4) = 10$ ， $Var(2X + 6) = 16$ ，則  $E(X^2) = \underline{\quad \quad}$ 。

10. 設  $x$  的方程式  $(x + 2)(x^2 - 4x + a) = 0$  共有 3 實根，若 3 實根由小而大排列恰形成一個等差數列，則  $a = \underline{\quad \quad}$ 。

11. 曉萱玩遊戲，每局成功機率固定，且各局成功與否互不影響。若她放學後連續玩，直到一局成功就停止，設隨機變數  $X$  表示共玩的局數。若  $Var(X) = \frac{3}{4}$ ，則  $E(X) = \underline{\quad \quad}$ 。

四、混合題（每題 6 分，共 18 分）

甲有一箱子，其內有 1 黑球 2 白球共 3 顆；乙有一箱子，其內有 2 黑球 1 白球共 3 顆。每局比賽甲、乙兩人輪流由自己的箱子內隨機取 1 球，取出不放回，由甲先取。當有人取出黑球時，則該局比賽結束，並由取出黑球的人獲勝。隨機變數  $X$  表示每局比賽結束時，甲、乙兩人取球總個數。

12.（填充題）每局比賽乙獲勝的機率為  $\underline{\quad \quad}$ 。

13. 請寫出隨機變數  $X$  的機率分布表。

14. 試求隨機變數  $X$  的期望值與變異數。

北一女中 112 學年度第一學期高三理組數學科第一次段考答案卷

班別\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
|    |    |    |    |

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 5. | 6. | 7. | 8. |
|    |    |    |    |

三、選填題（每題 6 分，共 18 分，請直接填入完整答案）

|    |     |     |
|----|-----|-----|
| 9. | 10. | 11. |
|    |     |     |

四、混合題（每題 6 分，共 18 分）

|              |            |    |                                                                                                                             |       |  |              |  |
|--------------|------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|--|--------------|--|
| 12           | (寫出答案即可)   | 13 | (寫出機率分布表即可)<br><table><tr><td><math>x_k</math></td><td></td></tr><tr><td><math>P(X = x_k)</math></td><td></td></tr></table> | $x_k$ |  | $P(X = x_k)$ |  |
| $x_k$        |            |    |                                                                                                                             |       |  |              |  |
| $P(X = x_k)$ |            |    |                                                                                                                             |       |  |              |  |
| 14           | (請寫出完整過程。) |    |                                                                                                                             |       |  |              |  |

北一女中 112 學年度第一學期高三理組數學科第一次段考答案卷

班別\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1.  | 2.  | 3.  | 4.  |
| (3) | (2) | (2) | (4) |

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

|           |        |           |           |
|-----------|--------|-----------|-----------|
| 5.        | 6.     | 7.        | 8.        |
| (1)(4)(5) | (2)(4) | (1)(2)(3) | (1)(2)(4) |

三、選填題（每題 6 分，共 18 分，請直接填入完整答案）

|    |                |               |
|----|----------------|---------------|
| 9. | 10.            | 11.           |
| 40 | $\frac{20}{9}$ | $\frac{3}{2}$ |

四、混合題（每題 6 分，共 18 分）

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |             |               |               |               |               |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 12 | (寫出答案即可)                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 13 | (寫出機率分布表即可) |               |               |               |               |
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    | $x_k$       | 1             | 2             | 3             | 4             |
|    | $\frac{5}{9}$                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    | $P(X=x_k)$  | $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |
| 14 | (請寫出完整過程。)                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |             |               |               |               |               |
|    | <p>期望值 <math>E(X) = 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{4}{9} + 3 \times \frac{1}{9} + 4 \times \frac{1}{9} = 2</math> ；</p> <p>變異數 <math>VAR(X) = (1-2)^2 \times \frac{1}{3} + (2-2)^2 \times \frac{4}{9} + (3-2)^2 \times \frac{1}{9} + (4-2)^2 \times \frac{1}{9} = \frac{8}{9}</math> 。</p> |    |             |               |               |               |               |