

高雄市高師大附中 112 上高一期末考

一、多選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 設 $f(x)$ 除以 $ax - b$ ($a, b \neq 0$) 之商式為 $Q(x)$ ，餘式為 r ，則下列何者正確？

(1) $f\left(\frac{x}{a}\right)$ 除以 $x - b$ 的商式為 $Q\left(\frac{x}{a}\right)$ ，餘式為 r

(2) $f(bx)$ 除以 $ax - 1$ 的商式為 $bQ(x)$ ，餘式為 r

(3) $f(x)$ 除以 $2x - \frac{2b}{a}$ 的商式為 $2Q(x)$ ，餘式為 ar

(4) $xf(x)$ 除以 $ax - b$ 的商式為 $xQ(x)$ ，餘式為 rx

(5) $b^2 f(ax)$ 除以 $ax - \frac{b}{a}$ 的商式為 $ab^2 Q(x)$ ，餘式為 $ab^2 r$

2. 設三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形如圖所示，則下列哪些正確？

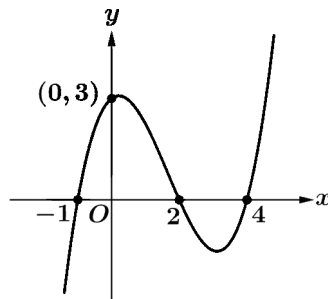
(1) $a > 0$

(2) $d < 0$

(3) $a + b + c + d < 0$

(4) $f(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$

(5) 解不等式 $f(-2x) \leq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq -1$ 或 $x \geq \frac{1}{2}$



3. 甲、乙兩生練習計算三次多項式 $f(x)$ 除以一次多項式 $g(x)$ 的餘式。已知 $f(x)$ 的三次項係數是 -3 ，一次項係數是 -27 ，甲生在計算時把 $f(x)$ 的三次項係數錯看成 3 (其它係數沒看錯)，乙生在計算時把 $f(x)$ 的一次項係數錯看成 27 (其它係數沒看錯)。而甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣，試問 $g(x)$ 可能等於哪些一次式？

- (1) x
- (2) $x - 2$
- (3) $x + 2$
- (4) $x - 3$
- (5) $x + 3$

4. 設 $ax^2 + bx + c > 0$ 解為 $-2 < x < 1$ ，則下列何者正確？

- (1) $c = -2$
- (2) $b = 1$
- (3) $ax^2 + bx + c = 0$ 之二根為 $-2, 1$
- (4) $a(x+2)^2 + b(x+2) + c > 0$ 之解為 $0 < x < 3$
- (5) $(2a-b)x^2 + (2b-c)x + (c-3a) > 0$ 之解為 $x < -5$ 或 $x > 1$

5. 設 $f(x)$ 為二次多項函數，且知 $f(-1) = -16$ ， $f(-6) = f(2) = 14$ ，若三次多項式 $g(x) = (x+2)f(x)$ ，試選出正確選項。

- (1) $f(x)$ 的最大值為 -18
- (2) $f(x) = 0$
- (3) $f(-3) < f(2)$
- (4) $y = g(x)$ 在 $x = -2$ 附近的一次近似為 $y = -18x - 36$
- (5) 當 $x = 0.001$ 時， $g(0.001)$ 的近似值為 -36.018 (四捨五入至小數點後第三位)

二、填充題（占 75 分）

說明：第 6 題至第 18 題。														
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	32	38	44	50	54	58	62	66	70	73	75

6. 化簡 $(-7)^5 + 6(-7)^4 - 4(-7)^3 + 25(-7)^2 + 30(-7) + 24 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

7. 設 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 為整係數多項式，且 $3|a| + 4|b-2| + 3|c-3| + 5|d-2| + |e+2| = 2$ ，試求 $f(x) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

8. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 7， $f(x)$ 除以 $x+3$ 的餘式為 -8 ，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x+3)$ 的餘式為【 】。

9. 令 $f(x) = mx^4 - 16x^3 + nx^2 + 12x + k$ ，下圖是小明使用綜合除法將 $f(x) = mx^4 - 16x^3 + nx^2 + 12x + k$ 寫成 $f(x) = a(2x-1)^4 + b(2x-1)^3 + c(2x-1)^2 + d(2x-1) + e$ 計算過程中的一部分，已知他的計算過程沒有錯誤，試回答下列各題：

$$\begin{array}{rrrrr|l} m & -16 & +n & +12 & +k & & \\ & +4 & -6 & +6 & +9 & & \frac{1}{2} \\ \hline m & +r & +g & +p & +10 & & \end{array}$$

(1) 求 $f(x)$ 除以 $(2x-1)^3$ 的餘式為【 】。

(2) $f\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) = \text{【 】}$ 。

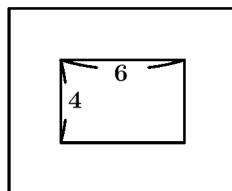
10. 已知二次函數 $y = kx^2 + 5x + 3$ 的圖形恆在直線 $y = 2x + 5$ 的下方，求實數 k 的範圍【 】。

11. 二次函數 $f(x)$ 滿足 $f(3+t) = f(3-t)$ ，其中 t 為任意實數，且 $f(1) = -3$ ， $f(2) = 3$ ，若在 $0 \leq x \leq 4$ 的範圍中 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M - m = \text{【 】}$ 。

12. 求不等式 $(x^2 - 2x - 3)(x+2)^3(x+1)(x-5)^5(x^2 + x + 1) \leq 0$ 的解為【 】。

13. 設 a, b, c 為正整數，且 $a > b > c$ ，若 $f(x) = x(x-a)(x-b) - 5$ ，且 $x-c$ 為 $f(x)$ 的因式，求不等式 $f(x) > 32x - 5$ 的解為【 】。

14. 小明家院子想設計一個寬 4 公尺，長 6 公尺的長方形游泳池，並在長方形游泳池外圍開闢一等寬的步道。(示意圖如圖)若步道寬 x 公尺，並希望步道的總面積必須大於 56(平方公尺)且小於 96(平方公尺)，則 x 的範圍為【 】。



15. 設二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + \frac{5}{a}$ 在 $x = 2$ 時有最小值 1，

則數對 $(a, b) = \text{【 】}$ 。

16. 等腰梯形的上底為 5，下底為 11，高為 6，其內接矩形有一邊與上底平行，則內接矩形的最大面積為【 】平方單位。
17. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 和 $x + 1$ 之餘式分別為 $2x - 3$ 和 1，則 $(x + 2)f(x)$ 除以 $(x + 1)(x^2 + x + 1)$ 之餘式為【 】。
18. 小明 到遊樂園玩雲霄飛車，軌道為三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 圖形的一部分，軌道對稱中心的 x 坐標為 -1 ，當飛車快速行經 $x = -2$ 時，小明 手錶沒戴好，沿著直線 $y = 3x + 5$ (即 $f(x)$ 在 $x = -2$ 附近的一次近似) 飛出去，小明 的朋友在遙遠處看軌道近似 $y = 2x^3$ 的圖形一部分 (大域特徵)，則 $a + b + c + d =$ 【 】。

參考答案

1. 12 2. 15 3. 145 4. 3 5. 34

6. 10

7. $2x^3 + 3x^2 + 2x$ 或 $2x^3 + 3x^2 + 2x - 4$

8. $3x + 1$

9. (1) $6x^2 + 16x + \frac{1}{2}$; (2) $19 + 11\sqrt{3}$

10. $k < -\frac{9}{8}$

11. 18

12. $x \leq -2$ 或 $x = -1$ 或 $3 \leq x \leq 5$

13. $x > 10$ 或 $-2 < x < 0$

14. $2 < x < 3$

15. $(1, -4)$

16. $\frac{121}{4}$

17. $8x^2 + 7x$

18. 8