

台中市衛道高中 112 上高二第一次期中考

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 時鐘上 6 點 40 分，請問時針和分針所夾的角度為多少弧？

(1) $\frac{\pi}{9}$

(2) $\frac{2\pi}{9}$

(3) $\frac{4\pi}{9}$

(4) $\frac{5\pi}{9}$

(5) $\frac{7\pi}{9}$

2. 右圖是函數 $y = a \sin(bx + c)$ 的圖形，其中 a, b, c 皆為正數，則下列哪一個選項錯誤？

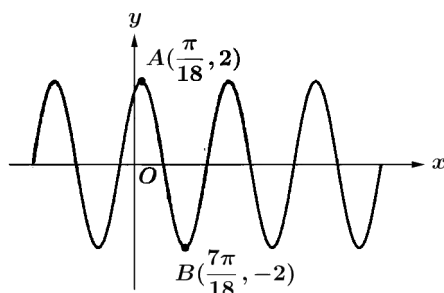
(1) $a = 2$

(2) $b = 3$

(3) $c = \frac{\pi}{3}$

(4) 點 $\left(-\frac{\pi}{9}, 0\right)$ 會在圖形上

(5) 點 $\left(\frac{13\pi}{18}, 2\right)$ 會在圖形上



3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = -\frac{3}{5}$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ，則 $\cos C = ?$

(1) $-\frac{33}{65}$

(2) $\frac{33}{65}$

(3) $-\frac{56}{65}$

(4) $\frac{56}{65}$

(5) $\frac{7}{24}$

4. 若 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ 為方程式 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 的兩根， $\tan \alpha > \tan \beta$ ，試求 $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$ 的值為多少？

(1) $\frac{5}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{37}}{4}$

(3) $-\frac{20}{29}$

(4) $-\frac{4}{5}$

(5) $-\frac{7}{5}$

二、多選題（占 20 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

5. 設函數 $y = f(x) = -4 \cos(3\pi x - 2) + 1$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) 函數 $y = f(x)$ 的振幅為 -4
- (2) 函數 $y = f(x)$ 的週期為 $\frac{2}{3}$
- (3) 函數 $y = f(x)$ 的最大值為 1
- (4) 函數 $y = f(x)$ 的最小值為 -3
- (5) 函數 $y = f(x)$ 可由 $-4 \cos x$ 平移得到

6. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -3 ，則下列哪些選項正確？

- (1) P 的 x 坐標是 4
- (2) $\overline{OP} = 5$
- (3) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$
- (4) $\cos 2\theta = -\frac{7}{25}$
- (5) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

7. 已知 $y = f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}$ 、 $y = g(x) = \sqrt{1 + \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) 當 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時， $f(x)$ 的最大值為 2 、最小值為 $\sqrt{2}$
- (2) 當 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ 時， $f(x)$ 的最大值為 2 、最小值為 $\sqrt{2}$
- (3) 當 $0 \leq x \leq \pi$ 時， $g(x)$ 的最大值為 2 、最小值為 $\sqrt{2}$
- (4) 當 $\pi \leq x \leq 2\pi$ 時， $g(x)$ 的最大值為 2 、最小值為 $-\sqrt{2}$
- (5) $f(\pi) + g(\pi) = 2 + \sqrt{2}$

8. 設函數 $y = f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x = r_1 \sin(x + \theta) = r_2 \cos(x + \phi)$ ，則下列哪些選項正確？

(1) 若 $r_1 > 0$ 、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則 $\theta = \frac{\pi}{3}$

(2) 若 $r_1 < 0$ 、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則 $\theta = \frac{2\pi}{3}$

(3) 若 $r_1 > 0$ 、 $-2\pi \leq \theta \leq 0$ ，則 $\theta = -\frac{\pi}{3}$

(4) 若 $r_2 > 0$ 、 $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ，則 $\phi = \frac{7\pi}{6}$

(5) 若 $r_2 < 0$ 、 $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ，則 $\theta = \frac{5\pi}{6}$

三、填充題（占 50 分）

說明：第 9 題至第 18 題，每題 5 分。

9. 若將函數 $y = \sin x$ 上下伸縮 3 倍，向下平移 2 單位，左右伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，可得新函數為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 設 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，且 $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ， $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ ，

則 $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 兩直線 $y = 4x$ ， $y = 3x$ ，與鉛直線 $x = 1$ 交於 A 、 B 兩點，原點為 O ，三直線圍成 $\triangle AOB$ ，則 $\tan \angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 設 $\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) = -\frac{1}{9}$ ， $\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right) = \frac{2}{3}$ ，且 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ， $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，

則 $\sin(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 若 x 為任意實數，函數 $y = f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x$ 之最大值 M ，最小值 m ，則 $M + m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 若 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，函數 $y = f(x) = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$ 之最大值 M ，最小值 m ，

則 $M + m =$ 【 】。

15. 若 $y = \frac{2 \sin \theta + 1}{2 \cos \theta + 3}$ 之最大值 M ，最小值 m ，則 $M + m =$ 【 】。

16. 有一扇形，周長為 $6 + \pi$ ，面積為 $\frac{3\pi}{2}$ ，若此扇形的中心角為 θ ，半徑 r ，

則數對 $(r, \theta) =$ 【 】。

17. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 39$ 、 $\overline{AC} = 40$ ， $\angle B = 2\angle A$ ，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑和外接圓半徑的和為【 】。

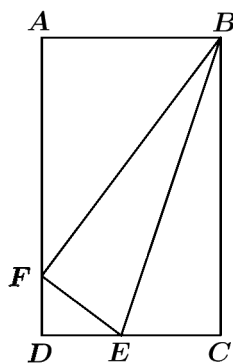
18. 在平面上， $A(0, 12)$ 、 $B(7, 5)$ 、 $P(x, 0)$ ，當 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$ 有最小值時，

則 $\tan \angle APB =$ 【 】。

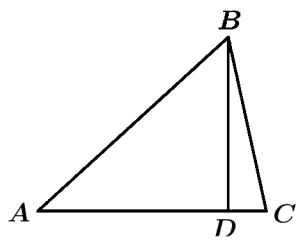
四、計算題（占 10 分）

說明：第 19 題至第 20 題，每題 5 分。

19. 如圖，矩形 $ABCD$ 中，將矩形右下角沿著 $\overline{BE}$ 向上摺使得 C 點落在 $\overline{AD}$ 上的 F 點，若 $\overline{CE} = 5$ ， $\overline{DE} = 4$ ，試求矩形 $ABCD$ 的面積。



20. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\overline{BD}$ 為 $\overline{AC}$ 上的高， D 為垂足，且 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{CD} = 1$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。



参考答案

1. 2 2. 3 3. 4 4. 1

5. 24 6. 4 7. 1235 8. 234

9. $3 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) - 2$

10. $\frac{3\pi}{4}$

11. $\frac{1}{13}$

12. $\frac{308\sqrt{5}}{729}$

13. 1

14. 3

15. $\frac{6}{5}$

16. $\left(3, \frac{\pi}{3} \right), \left(\frac{\pi}{2}, \frac{12}{\pi} \right)$

17. $\frac{179}{6}$

18. $\frac{7}{17}$

19. 135

20. $3\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$