

# 台北市成功高中 112 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 94 分）

## 一、單選題（占 6 分）

---

|                        |
|------------------------|
| 說明：第 1 題至第 2 題，每題 3 分。 |
|------------------------|

1. 下列哪一選項的  $\sin$  值最大？

(1)  $\sin 1$

(2)  $\sin 3$

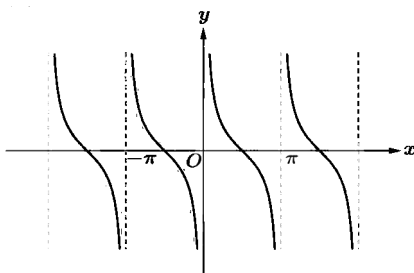
(3)  $\sin 1^\circ$

(4)  $\sin \frac{5\pi}{4}$

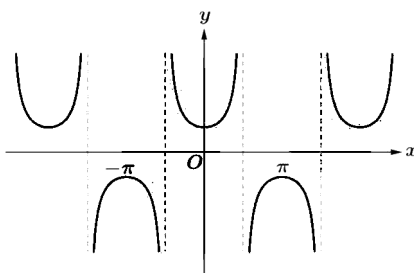
(5)  $\sin \frac{\pi^\circ}{2}$

2. 已知  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ ， $\cos x \neq 0$ ，請判斷下列選項何者為  $y = f(x)$  的函數圖形。

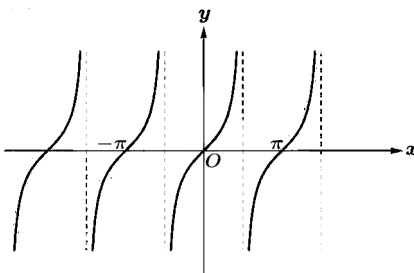
(1)



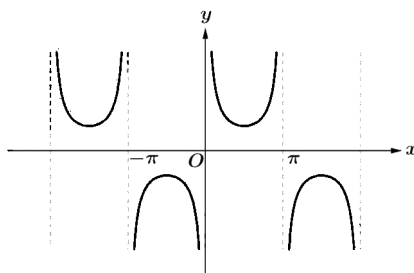
(2)



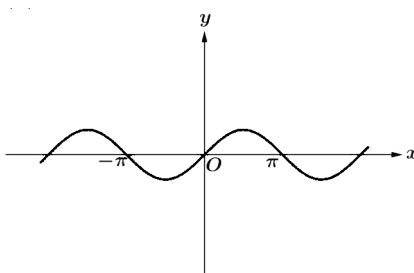
(3)



(4)



(5)



## 二、多選題（占 16 分）

說明：第 3 題至第 4 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 下列選項敘述何者正確？

- (1)  $\tan 1^\circ > \tan 1$
- (2) 已知  $\theta = 3$ ，則  $\theta$  為第三象限角
- (3) 方程式  $2 \sin \pi x = x$  有三個相異實根
- (4)  $y = \sin x$  的圖形對稱於原點
- (5) 共有兩個角度  $\theta$  滿足  $0^\circ < \theta < 360^\circ$  且  $\cos(\theta - 15^\circ), \cos \theta, \cos(\theta + 15^\circ)$  依序為等差數列

4. 關於函數  $f(x) = 6 \sin x - 3\sqrt{3} \cos x - 8$  的圖形，下列選項敘述何者正確？

- (1)  $y = f(x)$  的週期為  $2\pi$
- (2)  $y = f(x)$  的振幅為  $6\sqrt{2}$
- (3)  $y = f(x)$  的圖形與  $y$  軸交於  $(0, -2)$
- (4)  $y = f(x)$  的圖形對稱於  $y$  軸
- (5)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸無交點

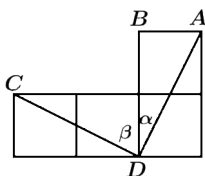
## 三、填充題（占 72 分）

說明：第 5 題至第 16 題，每題 6 分。

5. 一扇形的弧長與面積分別為 5，10，求此扇形周長為【                      】。

6. 求  $\sin 69^\circ \sin 51^\circ - \sin 39^\circ \cos 111^\circ =$ 【                      】。

7. 如圖，每一個小方格均為正方形，設  $\angle ADB = \alpha$ ， $\angle CDB = \beta$ ，  
求  $\tan(\beta - \alpha) =$ 【                      】。

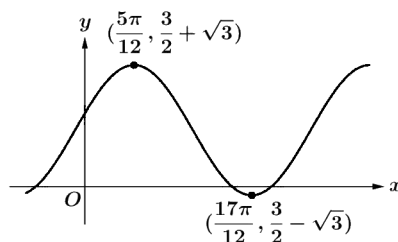


8. 已知  $\alpha$  為銳角， $\beta$  是  $\alpha$  的 2 倍， $\sin^2 \beta$  是  $\sin^2 \alpha$  的 3 倍，求  $\alpha =$ 【                      】。

9. 設  $f$  為一函數且  $f(x-7) = f(x)$ ，又  $3 \leq x < 10$  時， $f(x) = -x^2 + x + 3$ ，求  $f(2023) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 將  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$  表示成  $y = r \cos(x + \theta)$  的形式，其中  $r > 0$ ， $|\theta| < \pi$ ，求數對  $(r, \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 圖為函數  $y = A \sin(Bx + C) + D$  的圖形，其中  $A, B > 0$ ， $0 \leq C < 2\pi$ ，求  $A + B + C + D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12. 已知正方形  $OACB$  之中， $O$  為原點， $A(8, 15)$ ， $B(-15, 8)$ ，求  $C$  點座標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 在  $0 \leq x \leq 5\pi$  的範圍內，方程式  $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  所有實數解的和為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14.  $\triangle ABC$  中  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  的對邊長分別為  $a$ ， $b$ ， $c$ ，若  $\cos A = -\frac{3}{5}$ ， $\sin B = \frac{8}{17}$ ，求  $a : b : c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 函數  $f(x) = \sin^2 x + 6 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ ，且  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ，當  $x = a$  時， $f(x)$  有最小值  $b$ ，求數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 在  $0 \leq x \leq \pi$  的範圍內，方程式  $2 \sin x - \cos x = k$  有兩個相異實數解，求實數  $k$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

第貳部分：混合題（占 6 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17. 請利用和角公式，證明  $\sin$  的三倍角公式  $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$ 。

(證明題，4 分)

18. 以下是辰亦自己研究四倍角公式所整理的筆記。

|                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 筆記一：三倍角公式的另一種表示法<br>$\cos 3\theta = \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta$<br>$\sin 3\theta = 3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta$                                                                                                                                          |                                                                                                                          | 筆記三：複習巴斯卡三角形                                                                                                                                                                                    |
| 筆記二：<br>$\cos \theta + \sin \theta = \cos \theta + \sin \theta$<br>$\cos 2\theta + \sin 2\theta = \cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta - \sin^2 \theta$<br>$\cos 3\theta + \sin 3\theta = \cos^3 \theta + 3 \cos^2 \theta \sin \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta - \sin^3 \theta$ | 記錄筆記二的各項係數<br>1, 1<br>1, 2, -1<br>1, 3, -3, -1                                                                           | $\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & 1 & & 1 & \\ & & 1 & & 2 & & 1 \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ & & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$ |
| 筆記四：<br>分開寫時注意逐項正負相間， $\cos \theta$ 降冪， $\sin \theta$ 升冪，<br>相加合併時交錯排列觀察係數...                                                                                                                                                                                                             | 筆記五：<br>$\cos 4\theta = \cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta$<br>$\sin 4\theta = 4$ <div></div> |                                                                                                                                                                                                 |

辰亦 讀書時不小心打翻咖啡導致有一部份無法看清，透過以上筆記的其他部分

若  $\sin 4\theta = 4 \cos^a \theta \sin \theta + b \cos^c \theta \sin^d \theta$ ，求  $(a, b, c, d) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$  (填充題，2 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1

2. 2

3. 345

4. 15

5. 13

6.  $\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

7.  $\frac{3}{4}$

8.  $30^\circ$

9. -39

10.  $\left(2, -\frac{2\pi}{3}\right)$

11.  $\sqrt{3} + \frac{5}{2} + \frac{\pi}{12}$

12.  $(-7, 23)$

13.  $15\pi$

14.  $17 : 10 : 9$

15.  $(0, 3)$

16.  $1 \leq k < \sqrt{5}$

第貳部分：混合題

17. 略

18.  $(3, -4, 1, 3)$