

台北市成功高中 112 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

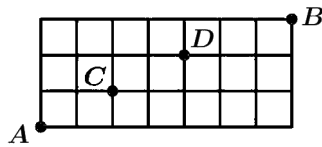
一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 下列有關等差數列或等比數列的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列。若 $a_1 < a_2$ ，則 $a_2 < a_3$
- (2) 已知 $\langle b_n \rangle$ 為等比數列。若 $b_1 < b_2$ ，則 $b_2 < b_3$
- (3) 若對於所有正整數 n ，數列 $\langle c_n \rangle$ 都滿足 $c_{n+2} + c_n = 2c_{n+1}$ ，
則 $\langle c_n \rangle$ 為等差數列
- (4) 若對於所有正整數 n ，數列 $\langle d_n \rangle$ 都滿足 $d_{n+1} = 2024d_n$ ，則 $\langle d_n \rangle$ 為等比數列
- (5) 已知 S_n 表示數列 $\langle e_n \rangle$ 的前 n 項和。若對於所有正整數 n 都滿足 $S_n = 3^n - 1$
則 $\langle e_n \rangle$ 為等比數列

2. 如右圖的棋盤街道中（皆為正方形方格），從 A 到 B 走捷徑（只能向右或向上走的路徑），請選出正確的選項。



- (1) 任意走捷徑的方法有 120 種
 - (2) 經 C 點的捷徑走法有 63 種
 - (3) 經 C 點且經 D 點的捷徑方法有 48 種
 - (4) 經 C 點或經 D 點的捷徑方法有 84 種
 - (5) 不經 C 點且不經 D 點的捷徑方法有 33 種
3. 在 1 到 90 的正整數中，設 A 為 2 的倍數組成的集合、 B 為 3 的倍數組成的集合、 C 為 6 的倍數組成的集合，請選出正確的選項。
- (1) $C = A \cup B$
 - (2) 「 $x \in A$ 」是「 $x \in C$ 」的必要條件
 - (3) 「 $x \notin A$ 」是「 $x \notin C$ 」的充分條件
 - (4) $n(A - B) = 30$ 。（註：符號 $n(S)$ 表示 S 的元素個數）
 - (5) 若 $x \in A - B$ ，則所有可能的 x 之總和為 1350

二、填充題（占 66 分）

說明：第 4 題至第 14 題。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66

4. 丟一硬幣不超過 4 次。若丟出連續 2 個正面或連續 2 個反面就提前結束，則丟硬幣的過程共有【 】種可能的情形。

5. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列。若 $a_1 + a_2 + a_3 = 6$ ， $a_2 + a_3 + a_4 = -3$ ，則此等比數列前 8 項的和為【 】。

6. 兩兄弟將收成的蘋果推成 30 層的正方形垛，從最下層推起每一層都是正方形，由上而下各層的個數依次為 $1^2, 2^2, \dots, 28^2, 29^2, 30^2$ 。若哥哥拿走上面 20 層，弟弟拿走下面 10 層，則弟弟拿走的蘋果比哥哥多【 】個。



7. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列。若甲、乙相鄰且丙、丁不相鄰，則排法有【 】種。

8. 將 1 號到 12 號共 12 位同學由左到右排成一列。若規定 1 號同學排在最左側，且 12 號同學排在最右側，且 2 號同學在 5 號同學的左側（他們之間可能會不只有一位同學），且 4 號同學在 7 號同學的右側（他們之間可能會不只有一位同學），且號碼為 3、6、9 的同學必須依號碼小到大由左到右排列（他們之間可能會不只有一位同學），則共有【 】種排列情形。

9. 從高一 3 人、高二 4 人、高三 5 人選派 3 人參加比賽，則既有高一也有高二的選派方法有【 】種。

10. 從「infinite」(無限)一字共 8 個字母中，任取 3 個字母排成一列，共有【 】種排列方式。

11. 已知平面上兩平行線 L_1, L_2 。若再加入 n 條新的直線後，最多可將平面分割成 a_n 個區域，則 $a_6 =$ 【 】。

12. 將 6 件不同的禮物完全分給甲、乙、丙、丁 4 人。若甲、乙、丙各至少得 1 件，丁可得可不得，則有【 】種分法。

13. 將 9 件不同的禮物全部分成 3 堆。若每堆至少有 1 件，至多 4 件，則有【 】種分法。

14. 颱風過後，土石流造成甲、乙、丙、丁、戊五個鄉鎮的部分連絡道路中斷。目前還可連絡的道路之中，除了只能從甲鎮到丙鎮單向通車外，其他皆路況良好可雙向通車，目前各鎮之間還可連絡的道路數量分析如下：

(1) 甲—乙：2 條道路 (雙向) (2) 甲—丙：1 條道路 (單向)

(3) 乙—丁：4 條道路 (雙向) (4) 乙—戊：2 條道路 (雙向)

(5) 丙—丁：2 條道路 (雙向) (6) 丙—戊：3 條道路 (雙向)

(7) 丁—戊：5 條道路 (雙向)

已知縣長已勘完甲鎮災情，欲出發前往丁鎮訪視。若規定同一鄉鎮不重複經過，則縣長從甲鎮出發前往丁鎮共有【 】種不同路線。

第貳部分：混合題 (占 10 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12 — 13 題組

設 n 為正整數，猜測 $a_n = 9^n + 16n - 1$ 恆為正整數 P 的倍數。請依序回答下列問題：

15. 試以數列 $\langle a_n \rangle$ 的前幾項推測， P 的最大值最有可能是下列哪個選項？(單選題，2 分)

- (1) 3
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 12

16. 承 15 題，試以數學歸納法證明： a_n 恆為你選的這個最大正整數 P 的倍數。(非選擇題，8 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 135 2. 125 3. 2345

4. 8

5. $\frac{85}{16}$

6. 3715

7. 960

8. 151200

9. 90

10. 85

11. 36

12. 2100

13. 1855

14. 93

第貳部分：混合題

15. 4

16. 略