

台中市台中女中 112 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

1. 下列各敘述，哪些是正確的？

- (1) 在空間中有一點 P 與一直線 L ，若過 P 至少存在兩條直線與 L 垂直，則 P 在 L 上
- (2) 在空間中若存在一直線與兩相異直線 L_1 、 L_2 同時垂直，則 L_1 、 L_2 在同一平面上
- (3) 在空間中有相異三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，若 L_1 、 L_2 交於一點， L_1 與 L_3 互相平行，則 L_2 與 L_3 互相歪斜
- (4) 在空間中，若兩相異平面 E_1 、 E_2 都和一直線 L 垂直，則 E_1 、 E_2 互相平行
- (5) 在空間中，兩直線互相平行，則它們在任一平面上的投影也為互相平行的兩直線

2. 在坐標空間中，一正立方體的一頂點為 $(0,0,0)$ ，且此頂點的三個鄰邊分別在三坐標軸的正向上，正立方體的邊長為 2。若在此正立方體表面的六個正方形中，任取其中兩個的中心 P 、 Q ，則 $\overrightarrow{PQ}$ 可能為下列哪些選項？

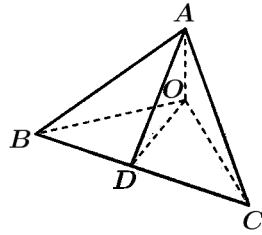
- (1) $(2,0,0)$
- (2) $(1,1,1)$
- (3) $(1,-1,-1)$
- (4) $(1,0,-1)$
- (5) $(0,-2,0)$

1

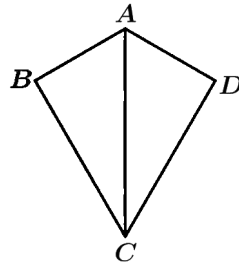
二、填充題（占 70 分）

說明：第 3 題至第 13 題，每格 5 分。

3. 如圖一錐體，其中 $\triangle OBC$ 為底面， A 為頂點。若 $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$ ， $\overline{OD}$ 為 $\triangle OBC$ 的高， $\overline{OA} = a$ ， $\overline{OD} = a + 1$ ， $\overline{AD} = a + 2$ ，則 $a =$ 【 】；設平面 ABC 與平面 OBC 的夾角為 θ ，則 $\sin \theta =$ 【 】。



4. 如圖， $ABCD$ 為由兩個全等的直角三角形 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 所組成的四邊形，其中 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = 2\sqrt{3}$ 。將此四邊形沿對角線 $\overline{AC}$ 摺起，使 $\angle BAD = 60^\circ$ ，設此時平面 ABC 與平面 ACD 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ 【 】。



5. 已知空間坐標中兩點 $A(4, 5, 6)$ 與 $B(-1, -5, -3)$ ，若線段 $\overline{AB}$ 交 xz 平面於點 C ，則 C 點的坐標為【 】。

6. 已知 $\vec{a} = (2, 3, 4)$ ， $\vec{b} = (1, 2, 3)$ ， $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ，且 $A(5, 4, 3)$ ，則 B 點的坐標為【 】。

7. 空間中三點 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(-2, 6, -1)$ 、 $C(7, -3, 8)$ ，則 A 在直線 BC 上的投影點坐標為【 】。

8. 已知 $\vec{a} = (2, 1, 1)$ ， $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ，
則 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $2\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角為【 】。

9. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ ，且 $\triangle ABC$ 內部一點 P 到 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的距離分別為 x 、 y 、 z ，則：

(1) $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值為【 】。

(2) 當 (1) 的最小值成立時， $x + y + z =$ 【 】。

10. 設 x, y, z 為實數，滿足 $2x - y + 2z = 5$ ，則 $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 6z$ 的最小值為【 】，且此時，序組 $(x, y, z) =$ 【 】。

11. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中三個非零向量，已知 $\vec{a} \times \vec{b} = (1, 1, 3)$ ，

$\vec{a} \times \vec{c} = (3, -1, 5)$ ， $|\vec{a}| = 2\sqrt{6}$ ，且 $\vec{a}$ 的 x 分量為正數，

則 $\vec{a}$ 的坐標表示法為【 】。

12. 已知空間中三向量 $\vec{a} = (2, 1, 1)$ ， $\vec{b} = (3, k, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 2, 3)$ ，若由此三向量所決定之平行六面體的體積為 9，則 $k =$ 【 】。(有兩解)

13. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 3$ ，則 $\begin{vmatrix} a_1 + 2b_1 & 2b_1 + 3c_1 & 4c_1 \\ a_2 + 2b_2 & 2b_2 + 3c_2 & 4c_2 \\ a_3 + 2b_3 & 2b_3 + 3c_3 & 4c_3 \end{vmatrix}$ 之值為【 】。

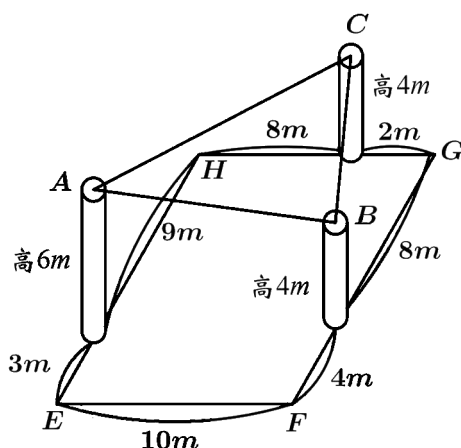
第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

好高級遊戲區唯一長方形 $EFGH$ ，周邊有三根石柱，其相對位置及高度如圖所示。今欲在這三根石柱的頂端搭建布網 $\triangle ABC$ ，讓居民吊掛裝置藝術並作遮陽之用。請回答以下問題：

（圖形僅供參考，長度不代表實際尺寸；另外不考慮石柱寬度。）



14. 若每位小朋友在遊玩時，平均需佔用 3 平方公尺的面積，則理論上最多適合多少位小朋友在其中遊玩？(單選題，3 分)

(1) 20

(2) 30

(3) 40

(4) 50

(5) 60

15. 此布棚的面積為多少平方公尺？(非選擇題，7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 14 2. 145

3. 3 ; $\frac{3}{5}$

4. $\frac{1}{3}$

5. $\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)$

6. (6, 4, 2)

7. (1, 3, 2)

8. 60°

9. (1) $\frac{72}{25}$; (2) $\frac{72}{25}$

10. -13 ; (1, -1, 1)

11. (4, 2, -2)

12. 3, $-\frac{3}{5}$

13. 24

第貳部分：混合題

14. 3

15. 41 平方公尺