

高雄市鳳山高中 112 下高二第二次期中考

一、單選題（占 20 分）

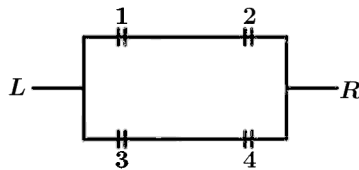
說明：第 1 題至第 5 題，每題 4 分。

1. 設 P, Q 為平面 $ax + by + cz = 50$ 上相異兩點， a, b, c 為實數，且 $\overrightarrow{PQ} = (x_0, y_0, z_0)$ ，則 $\overrightarrow{PQ} \cdot (a, b, c) = ?$

- (1) -1
- (2) 0
- (3) 1
- (4) 50
- (5) 無法確定

2. 如圖中，電路有 4 個開關，以 1, 2, 3, 4 表示，電流通過各開關之機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，且各開關之操作獨立，試求電流從左端 L 流到右端 R 的機率？

- (1) $\frac{1}{4}$
- (2) $\frac{3}{4}$
- (3) $\frac{7}{16}$
- (4) $\frac{9}{16}$
- (5) $\frac{1}{2}$



3. 設兩事件 A 與 B ，其中 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{4}$ ，若 t 表 A 事件或 B 事件發生之機率，則 t 之範圍為何？

(1) $t \geq \frac{1}{4}$

(2) $t \leq \frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{3}$

(4) $\frac{1}{4} \leq t \leq \frac{7}{12}$

(5) $\frac{1}{3} \leq t \leq \frac{7}{12}$

1

4. 已知空間中四條直線 $L_1: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{1}$ ， $L_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ ，

$L_3: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$ ， $L_4: \frac{x}{4} = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{-2}$ ，試問下列哪一組直線不共平面？

(1) L_1 與 L_2

(2) L_1 與 L_3

(3) L_1 與 L_4

(4) L_2 與 L_3

(5) L_3 與 L_4

5. 神算老師 想了解班上 40 名同學中，約有多少比率在國中前即談過戀愛，於是他設計了 A、B 兩份問卷，其中 A 卷 30 張，B 卷 10 張，及不記名答案卷 40 張，隨機發給班上同學 (同學不是拿到 A 卷就是 B 卷，至於 A、B 卷皆不回收，答案卷要回收)，其中 A 卷的問題是『我曾經在國中以前談過戀愛』，因此拿到 A 卷的同學若在國中前曾談過戀愛，就要在答案卷上畫『○』；若不曾經談過戀愛就在答案卷上畫『×』；反之，B 卷的問題則是『我不曾在國中以前談過戀愛』因此拿到 B 卷的同學若在國中前曾談過戀愛，就要在答案卷上畫『×』，若不曾經談過戀愛就在答案卷上畫『○』。如此設計，不論某位學生回答的結果是 ○ 或 ×，老師都無法得知該生在國中前是否談過戀愛，但可大致了解全班的狀況。答案卷經過回收後，神話老師發現 40 張答案卷中有 15 張畫『○』，25 張畫『×』，則在本班同學中，約有多少比率的同學曾在國中以前談過戀愛？

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{4}$

(3) $\frac{1}{5}$

(4) $\frac{1}{8}$

(5) $\frac{3}{8}$

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 6 題至第 10 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

6. 坐標空間中，直線 $L_1: \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ ， $L_2: \begin{cases} y=4 \\ z=5 \end{cases}$ ，則下列有關直線，的敘述哪些選項是正確的？

(1) 直線 L_1 與 xy 平面平行

(2) 直線 L_2 與 x 軸平行

(3) 直線 L_1 與 y 軸垂直

(4) 直線 L_1 與直線 L_2 交於一點

(5) 直線 L_1 在平面 $x=3$ 上

7. 關於點 $A(3, 1, 2)$ ，點 $B(1, 2, 3)$ ，及直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ ，下列選項何者正確？

- (1) A 點在直線 L 上
- (2) 直線 AB 與直線 L 相交
- (3) A 點與 B 點的距離即為 A 點到直線 L 的最短距離
- (4) 同時包含直線 AB 與直線 L 的平面方程式為 $y - z = -1$
- (5) 直線 AB 與直線 L 在平面 $x + y + z = 1$ 上的投影為兩相交直線

8. 甲、乙、丙、丁四位男生各騎一臺機車約 A 、 B 、 C 、 D 四位女生一起出遊，他們約定讓四位女生依照 A 、 B 、 C 、 D 的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的機車。其中除了 B 認得甲的機車鑰匙，並且絕對不會選取之外，每個女生選取這些鑰匙的機會都均等。請選出正確的選項。

- (1) A 抽到甲的鑰匙的機率小於 C 抽到甲的鑰匙的機率
- (2) C 抽到甲的鑰匙的機率小於 D 抽到甲的鑰匙的機率
- (3) A 抽到乙的鑰匙的機率大於 B 抽到乙的鑰匙的機率
- (4) B 抽到丙的鑰匙的機率大於 C 抽到丙的鑰匙的機率
- (5) C 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到乙的鑰匙的機率

9. $\{A, B, C\}$ 為某一試驗樣本空間 S 之一分割， $P(A) : P(B) : P(C) = 1 : 2 : 3$ ，若一事件 D 滿足 $P(D | A) = \frac{1}{2}$ ， $P(D | B) = \frac{1}{4}$ ， $P(D | C) = \frac{1}{3}$ ，試問下列各選項哪些是正確的？

- (1) $P(D) = \frac{1}{3}$
- (2) $P(B | D) = \frac{1}{4}$
- (3) 事件 A 和 B 獨立
- (4) 事件 C 和 D 獨立
- (5) 事件 B 和 D 獨立

10. 設籤筒中有 9 支籤，其中有 4 支是有獎的，且每支籤被抽到的機會均等。今有甲、乙、丙三人按甲、乙、丙的順序各抽出一支，取出後不放回，試選出正確的選項。

(1) 甲、乙均抽中有獎籤的機率為 $\frac{16}{81}$

(2) 已知甲抽中有獎籤，則乙沒抽中的機率為 $\frac{5}{8}$

(3) 丙抽中有獎籤的機率為 $\frac{4}{9}$

(4) 三人都沒抽中有獎籤的機率為 0

(5) 已知甲、乙、丙三人恰有一人抽中有獎籤，則是丙抽中的機率為 $\frac{1}{3}$

三、填充題（占 45 分）

說明：第 11 題至第 20 題。										
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	6	12	18	24	29	33	37	41	43	45

11. 真心男 說實話的機率為 $\langle ? \rangle$ ，皮諾丘 說實話的機率為 $\langle ? \rangle$ 。今袋內有 3 白球、5 黑球，自袋中任取一球，真心男、皮諾丘 看過之後都說白球，試問此球確實為白球的機率是【 】。

12. 銅仁 寫信給他的女朋友阿斯娜，若信在中途遺失的機率為 0.2%，沒回信的機率為 5%，並假設阿斯娜 回信無遺失情形。今銅仁 寄出一封信給阿斯娜，在已知銅仁 沒有收到回信的條件下，問阿斯娜 收到銅仁 的信的機率為【 】。

13. 阿智、金剛、美女霞 三人在海邊收服寶可夢，每一隻寶可夢皆需要一顆寶貝球來收服。阿智 收服了 1 隻輕飄飄、2 隻毒刺水母、3 隻胖嘟嘟；金剛 收服了 2 隻輕飄飄、1 隻毒刺水母、1 隻胖嘟嘟；美女霞 收服了 4 隻輕飄飄、5 隻毒刺水母、3 隻胖嘟嘟。三人將裝有寶可夢的寶貝球放入各自的袋中。若火箭隊 隨機從這三袋中抽取一袋，再從中抽出兩顆寶貝球，打開後發現輕飄飄、胖嘟嘟 各一隻，求這兩顆寶貝球來自美女霞 袋中的機率為【 】。

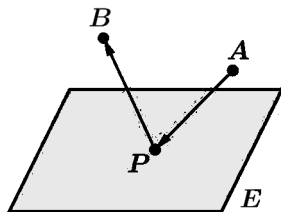
14. 已知 A, B 兩事件互相獨立，若 $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ 且 $P(A) + P(A \cap B') = \frac{21}{20}$ ，則數對 $(P(A), P(B)) =$ 【 】。

15. $L: \frac{x+4}{-1} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{2}$ 及平面 $E: ax + y - z = b$ ，若直線 L 在平面 E 上，

則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 如圖，空間中一光源 $A(2, -1, 3)$ 朝平面鏡 $E: x + y - z = 1$ 射去，

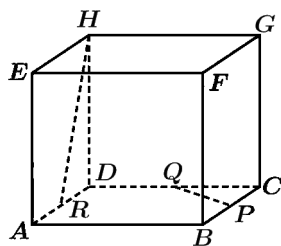
經點 $P(a, b, c)$ 反射後通過 $B(-8, 4, 1)$ ，則 P 點為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



17. 兩直線 $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ ax + 2y + 3z = 0 \end{cases}$ 相交於一點，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z = 0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z = 18$ 上的正立方體。則滿足前述的正立方體之邊長最小可能值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 如圖，在邊長為 6 的正立方體 $ABCD - EFGH$ 中， P, Q 分別為 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 的中點， $\overline{AR} = \frac{1}{3}\overline{AD}$ ，則直線 RH 與直線 PQ 的最短距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



20. 空間坐標系中有質點 S_1, S_2 分別以 $P_1(5, 5, 1)$ 與 $P_2(-3, 3, -6)$ 為起點同時作等速直線運動，其中質點 S_1 朝方向 $\vec{V}_1 = (3, 0, 4)$ 每分鐘 5 單位的速度前進；質點 S_2 朝方向 $\vec{V}_2 = (2, -1, 3)$ 以每分鐘 $2\sqrt{14}$ 單位的速度前進。試求兩質點 S_1, S_2 的最近距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

參考答案

1. 2 2. 3 3. 5 4. 1 5. 2

6. 245 7. 234 8. 145 9. 124 10. 235

11. $\frac{21}{31}$

12. $\frac{499}{519}$

13. $\frac{15}{59}$

14. $\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{4}\right)$

15. $(1, -13)$

16. $(0, 2, 1)$

17. -5

18. $6\sqrt{3}$

19. $\frac{21}{\sqrt{22}}$

20. 9

8