

# 112 學年度第二學期第一次定期考高三數甲試題

命題範圍：第一章隨機變數、第二章複數平面

## 一、單選題（占 54 分）

第 1 到 9 題劃記在答案卡所標記的列號（1—9），每題答對得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項，該題得 0 分。

1. 若  $x, y \in \mathbb{R}$ ，已知隨機變數  $X$  的機率質量函數為

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 4   | $x$ | 9   | 10  |
| $P$ | 0.3 | 0.1 | $y$ | 0.2 |

且  $E(X) = 7.6$ ，則  $x$  之值為下列哪一個選項？(1)3 (2)5 (3)6 (4)7 (5)8

2. 已知隨機變數  $X$  的機率質量函數如下：

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 1   |
| $P$ | $a$ | $b$ | $c$ |

且實數  $a, b, c$  成等差，若  $E(X) = \frac{1}{3}$ ，則  $V(X)$  之值為下列哪一個選項？

(1)  $\frac{1}{9}$  (2)  $\frac{4}{9}$  (3)  $\frac{5}{9}$  (4)  $\frac{8}{9}$  (5)  $\frac{16}{9}$

3. 小陳宣稱他打靶的命中率至少 80%，為了證實所言不虛，他邀請小李到靶場看他表演，在靶場射擊 10 發並以 0.05 為檢定標準值(顯著水準)。假設隨機變數  $X$  的取值為小陳射擊 10 發命中目標的總發數，則小陳至少要命中幾發，小李才會接受小陳的宣稱。試問下列哪一個選項正確？

(1) 3 發 (2) 4 發 (3) 5 發 (4) 6 發 (5) 7 發

(請參考以下隨機變數  $X$  是  $n = 10$ ， $p = 0.8$  的二項分布之機率分布表)

|        |          |          |          |          |          |          |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $x$    | 0        | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        |
| $p(x)$ | 0.000000 | 0.000004 | 0.000074 | 0.000786 | 0.005505 | 0.026424 |
| $x$    | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |          |
| $p(x)$ | 0.088080 | 0.201327 | 0.301990 | 0.268435 | 0.107374 |          |

4. 袋中有大小相同的紅球  $x$  顆，白球 15 顆，每次從袋中取出 1 球，觀察顏色後再放回袋中，直到取到紅球為止，每次取球都為獨立事件，且每球被取到的機率均等。若取球總次數的期望值為 6 次，則  $x$  之值為下列哪一個選項？

(1)3 (2)6 (3)9 (4)12 (5)15

5. 請問方程式  $(x^2 - x + 1)^3 + 1 = 0$  有幾個相異實數解？

(1)0 個 (2)1 個 (3)2 個 (4)3 個 (5)6 個

6. 設  $z$  為複數，若  $\frac{iz-1}{z-i}$  為實數，則  $z \times \bar{z}$  之值為下列哪一個選項？

(1)-2 (2)-1 (3)0 (4)1 (5)2

7. 方程式  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} = 1$  有多少實根？ (1)0 (2)1 (3)2 (4)3 (5)6

8. 若  $z$  為複數，且  $z+2$  的幅角為  $\frac{\pi}{3}$ ， $z-2$  的幅角為  $\frac{5\pi}{6}$ ，則  $z$  之值為下哪一個選項？

(1)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  (2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  (3)  $-\sqrt{3} + i$  (4)  $-1 + \sqrt{3}i$  (5)  $-3 + \sqrt{3}i$

9. 若  $A, B, C$  為一個三角形之三頂點，試求

$(\sin \frac{A}{2} + i \cos \frac{A}{2})(\sin \frac{B}{2} + i \cos \frac{B}{2})(\cos \frac{C}{2} - i \sin \frac{C}{2})$  之值為下列哪一個選項？

(1)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  (2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  (3)  $i$  (4)  $-1 + \sqrt{3}i$  (5)  $-3 + \sqrt{3}i$

## 二、多選題（占 16 分）

第 10 到 11 題劃記在答案卡所標記的列號（10—11），每題有 5 個選項，至少有一個是正確或最適當的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對得 8 分；答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯多於 2 個選項或該題未作答得 0 分。

10. 某射手射擊 1 次命中目標的機率是  $\frac{4}{5}$ ，他連續射擊 4 次，且每次射擊相

互獨立，則下列哪些選項正確？

(1) 第 4 次射擊命中目標的機率是  $\frac{4}{5}$

(2) 在 4 次射擊中，他恰好擊中目標 3 次的機率是  $(\frac{4}{5})^3 \frac{1}{5}$

(3) 在 4 次射擊中，至少擊中目標 1 次的機率是  $1 - (\frac{1}{5})^4$

(4) 在 4 次射擊中，恰好擊中目標 1 次的機率與恰好擊中目標 3 次的機率相同

(5) 在 4 次射擊中，擊中目標 2 次的機率大於擊中目標 3 次的機率

11. 已知  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  為實係數多項式且  $f(x) = 0$  沒有實根，若  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  為  $f(x) = 0$  的四個複數根且  $\alpha + \beta = 3 - 2i$ ， $\gamma\delta = 4 + i$ ，則下列哪些選項正確？

(1)  $a = 6$  (2)  $b = 20$  (3)  $c = 28$  (4)  $d = 17$  (5)  $a + b + c + d = 4$

## 三、選填題（占 30 分）

須依各題的答案格式填答於答案卡上，答案卡上的每一個列號只能在一個格子劃記。例如，

若答案格式是  $\frac{(48)(49)}{(50)}$ ，而依題意計算出來的答案是  $-\frac{3}{4}$ ，則考生必須分別在答案卡的第

48、49、50 列劃記如下：

|    |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|----|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 48 | 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 0                        | -                                   | ±                        |
|    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 49 | 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 0                        | -                                   | ±                        |
|    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> |
| 50 | 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 0                        | -                                   | ±                        |
|    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> |

第 A 到 E 題劃記在答案卡所標記的列號 (12–31)，每題完全答對得 6 分；未作答或未完全答對得 0 分。

- A. 一顆不公平骰子，出現的點數以隨機變數  $X$  表之， $X$  的機率質量函數如下：

| $X$ | 1              | 2             | 3              | 4              | 5              | 6             |
|-----|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| $P$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ |

若投擲該骰子 2 次，以隨機變數  $Y$  表出現點數的最小值，則  $E(Y)$  之值為

(  $\frac{\textcircled{12}\textcircled{13}\textcircled{14}}{\textcircled{15}\textcircled{16}\textcircled{17}}$  )。(化成最簡分數)

- B. 隨機變數  $X$  符合二項分布  $B(6, \frac{2}{3})$ ，則  $P(1.5 \leq X \leq 3.5)$  之值為(  $\frac{\textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$  )。  
(化成最簡分數)

- C. 試求  $(1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^{12}$  之值為 (  $\textcircled{24} \textcircled{25} \textcircled{26}$  )。

- D. 試求以  $x^8 + x^4 + 1 = 0$  之各根為頂點的多邊形面積之值為 (  $\sqrt{\textcircled{27}} + \textcircled{28}$  )。

- E. 若複數  $z$  滿足  $|z - 1 - i| \leq \sqrt{2}$  且  $\text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{4}$ ，試求  $z$  在複數平面上對應區域面積之值為 (  $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}}\pi - \textcircled{31}$  )。