

# 台中市台中女中 112 上高二期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

## 一、是非題（占 12 分）

---

說明：第 1 題至第 6 題，每題 2 分。

1.  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  均為非零向量，且向量  $\vec{v} + 2\vec{w}$  與  $\vec{v} - 2\vec{w}$  的長度相同，即  $\vec{v} \perp \vec{w}$
2. 設  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  均為非零向量，若  $\vec{OA}$  與  $\vec{OB}$  在  $\vec{OC}$  方向上有相同的正射影，則  $\vec{AB} \perp \vec{OC}$
3. 設  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  為非零不平行的兩個向量，若  $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，其中  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $2 \leq y \leq 5$ ，則所有點  $P$  形成的區域面積為  $\triangle OAB$  面積的 6 倍
4. 若直線  $L_1$  的方向向量  $\vec{u}_1 = (1, 2)$ ，直線  $L_2$  的方向向量  $\vec{u}_2 = (4, 2)$ ，則  $L_1$  與  $L_2$  的其中一個角平分線的方向向量為  $(1, -1)$
5. 若滿足  $12\vec{OP} = 7\vec{OA} + 5\vec{OB}$ ，則  $A, B, P$  三點共線  
且  $\triangle OAP$  面積： $\triangle OBP$  面積 = 2:5
6. 平面上， $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  為三個非零向量，滿足  $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{0}$ ，則  $xyz = 0$

## 二、多選題（占 16 分）

---

說明：第 7 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

7. 設三個向量  $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2)$ ，試問下列哪些選項正確？

(1) 必存在一組解  $(x_0, y_0)$  使得  $x_0\vec{a} + y_0\vec{b} = \vec{c}$

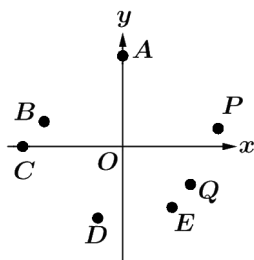
(2)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  均為非零向量，且  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  平行，但  $\vec{b}$  與  $\vec{c}$  不平行，則聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  有可能有解

(3) 若  $\vec{c} = \vec{0}$ ，則聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  至少有一組解

(4) 若聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  有解，則  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  必為不平行向量

(5) 若聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  恰有一解  $(x_0, y_0)$ ，且  $y_0 > 0$ ，則  $y_0 = \frac{\vec{a}, \vec{c} \text{ 張成平行四邊形面積}}{\vec{a}, \vec{b} \text{ 張成平行四邊形面積}}$

8. 考慮坐標平面上的點  $O(0, 0)$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $P$ 、 $Q$ ，如圖所示：若  $\vec{v}$  為坐標平面上的向量，且滿足  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{OP} > 0$  及  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{OQ} > 0$ ，則  $\vec{v}$  與下列哪些向量的內積一定小於 0？



(1)  $\overrightarrow{OA}$

(2)  $\overrightarrow{OB}$

(3)  $\overrightarrow{OC}$

(4)  $\overrightarrow{OD}$

(5)  $\overrightarrow{OE}$

### 三、填充題（占 60 分）

說明：第 9 題至第 16 題，每格 5 分。

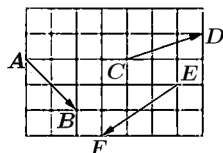
9. 設  $ABCD$  為一梯形，其中  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  且  $\overline{CD} = 2\overline{AB}$ ，若  $A(2, 3)$ ， $B(5, 4)$ ， $C(8, 2)$ ，則：

(1)  $D$  點坐標為【                      】。

(2)  $\tan \angle BCD =$ 【                      】。

(3)  $B$  點在  $\overline{CD}$  上的正射影點坐標為【                      】。

10. 如圖所示，每一小格皆為正方形，設  $\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{CD}$ ，則數對  $(x, y) =$ 【                      】。



11. 設  $\triangle ABC$  的三頂點坐標分別為  $A(a, 3)$ ， $B(4, 7)$ ， $C(-1, c)$ ，重心  $G(3, 4)$ ，試回答下列問題：

(1) 數對  $(a, c) =$ 【                      】。

(2)  $\triangle ABC$  的面積為【                      】。

12. 設  $P(a, b)$  為圓  $C: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$  上的點， $O$  表原點， $Q(3, -4)$ ，試求內積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  的最大值為【                      】。

13. 平面上有一個質點自點  $P(1, 1)$  沿著方向  $\vec{a} = (2, -1)$  等速直線前進，經過 6 秒後剛好到達直線  $x - 3y = 13$  上的  $Q$  點，立即轉向沿著方向  $\vec{b} = (1, 2)$  依同樣速率等速直線前進，再經過 10 秒後剛好到達直線  $x + y = k$  上的  $R$  點，試求  $k$  值為【                      】。

14. 設  $|\vec{u}| = 2$ ， $|\vec{v}| = 3$ ，則

(1)  $|3\vec{u} - 4\vec{v}|$  最大值為【                      】。

(2) 若  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  的夾角為  $60^\circ$ ，則由  $\vec{u}$  與  $3\vec{u} - 4\vec{v}$  圍成三角形面積為【                      】。

15. 若  $\begin{vmatrix} a+2b & 2a-b \\ c+2d & 2c-d \end{vmatrix} = 30$ ，試求  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  的值為【                      】。

16. 設兩相異直線  $\begin{cases} 3a_1x + 2b_1y = c_1 \\ 3a_2x + 2b_2y = c_2 \end{cases}$  恰交於一點  $(-1, 3)$ ,

則兩相異直線  $\begin{cases} a_1x - b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x - b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$  的交點坐標為【      】。

第貳部分：混合題（占 12 分）

**說明：**本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 18 題組

在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ，若  $\angle BAC$  之角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，作  $\overline{AC}$  邊上的高  $\overline{BH}$  交  $\overline{AD}$  於  $P$  點，令  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ， $x, y$  為實數，試回答下列問題。

17. 下列敘述哪些正確？（多選題，5 分）

(1)  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$

(2)  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

(3)  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

(4)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{27}{2}$

(5)  $x + y < 1$

18. 試求數對  $(x, y) = ?$ （非選擇題，7 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. ○    2. ○    3. ×    4. ○    5. ×    6. ×

7. 35    8. 23

9. (1)  $(2, 0)$ ；(2)  $\frac{9}{7}$ ；(3)  $\left(\frac{59}{10}, \frac{13}{10}\right)$

10.  $\left(\frac{3}{8}, -\frac{5}{4}\right)$

11. (1)  $(6, 2)$ ；(2) 15

12. 11

13. 20

14. (1) 18 ; (2)  $6\sqrt{3}$

15. -6

16. (3, 6)

**第貳部分：混合題**

17. 1345

18.  $\left(\frac{9}{25}, \frac{27}{50}\right)$