

台南市台南一中 112 上高三第二次期中考

一、單選題（占 6 分）

說明：第 1 題，每題 6 分。

1. 關於多項式函數 $f(x)$ 之微分、積分與其圖形的關係，下列敘述何者是正確的？

- (1) $f(x)$ 之絕對值必為其相對極值
- (2) 若 $f(x)$ 的相對極大值存在，則其絕對極大值必存在
- (3) 若 $f'(a) = 0$ ，則函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極值產生
- (4) 若 $f''(a) = 0$ ，則函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 處為反曲點
- (5) 函數 $f(x)$ 之圖形與 x 軸、 $x = a$ 、 $x = a + 1$ 所圍封閉區域面積為 $\int_a^{a+1} f(x) dx$

二、多選題（占 14 分）

說明：第 2 題至第 3 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

2. 欲求函數 $f(x) = x^3$ 與 $x = 1$ 在第一象限所圍成區域面積， n 等分所得之上和 U_n 、下和 L_n ，下列敘述哪些是正確的？

- (1) $L_{10} < L_{20}$
- (2) $U_{10} < U_{20}$
- (3) $U_{10} < L_{20}$
- (4) $L_{10} < U_{20}$
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n > \lim_{n \rightarrow \infty} L_n$

3. 若 $g(x) = \int_1^x f(t) dt$, $1 \leq x \leq 10$, 且 $y = f(x)$ 的圖形如右, 則下列敘述哪些是正確的?

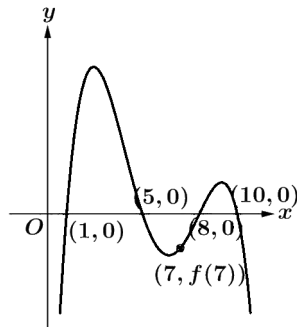
(1) $f(x)$ 與 x 軸以及 $x = 5$ 、 $x = 8$ 所圍成面積 $= g(8) - g(5)$

(2) $g(x)$ 在區間 $[7, 8]$ 為嚴格遞增

(3) $g'(5) = 0$

(4) $g'(x)$ 在區間 $[5, 8]$ 中有極小值

(5) 有三個 x 值使得 $g''(x) = 0$



三、填充題 (占 70 分)

說明：第 4 題至第 12 題。														
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	35	40	44	48	52	56	60	64	67	70

4. 定積分求值：

(1) $\int_{-1}^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

(2) $\int_0^1 (x+1)^{10} dx = \underline{\hspace{2cm}} \circ$ (已知 $2^{10} = 1024$)

(3) $\int_3^5 \sqrt{x} dx = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

5. 求定積分之值 $\int_{-1}^4 (|x-2| + |x-3|) dx = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

6. 設一水族箱的水溫可以用函數 $f(t) = t^3 - 2t + 5$ ($^{\circ}\text{C}$) 表示, 其中 t 表示自某時刻經過的小時數。則在 1 到 4 小時這段時間內, 水族箱的水平均溫度為 $\underline{\hspace{2cm}} \circ\text{C}$ 。

7. 已知 $f''(x) = -2x + 3$, $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, 則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

8. 設 R 為 $y = x^2 + 2x$ 與 x 軸所圍區域，則：

(1) R 的面積為【 】。

(2) 將 R 繞 x 軸旋轉所得之旋轉體之體積為【 】。

9. 由 $y = x^3$ 、 $y = x + 6$ 、 $y = -\frac{1}{2}x$ 所圍成之封閉區域的面積為何？

10. 求過拋物線 $y = x^2$ 外一點 $(3, 8)$ 的切線方程式。

11. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 + 6x^2 + 3(a-1)x + 7$ 恆為遞減函數，求 a 的範圍。

12. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 時有極小值 -2 ，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ ，

則 $f(x) =$ 【 】。

13. 兩函數 $f(x) = x(x-2)^2$ 、 $g(x) = 2x(x-2)$ 所圍區域的面積為【 】。

14. 已知 $f(x) = 3x^2 - 4x \int_0^2 f(t) dt$ ，則 $f(1) =$ 【 】。

四、計算題（占 10 分）

說明：第 15 題。

15. 由 $f(x) = x^2$ 的圖形與 $x = 1$ 、 $x = 5$ 、 x 軸所圍成區域為 R ，將 x 軸上 $(1, 0)$ 至 $(5, 0)$ 分成 n 等分，試求所得之 n 個等寬的長條之面積的上和 U_n 。

參考答案

1. 1

2. 14 3. 345

4. (1) $\frac{\sqrt{3}+2}{2} + \frac{5\pi}{6}$; (2) $\frac{2047}{11}$; (3) $\frac{2(5\sqrt{5}-3\sqrt{3})}{3}$

5. 15

6. $\frac{85}{4}$

7. $-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$

8. (1) $\frac{4}{3}$; (2) $\frac{16}{15}\pi$

9. 22

10. $4x - y = 4$ 、 $8x - y = 16$

11. $a \leq \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$

12. $-x^3 + 3x$

13. 8

14. $\frac{-5}{9}$

15. $\frac{124n^2 + 144n + 32}{3n^2}$