

台南市台南一中 112 上高二第一次期中考

一、選擇題

說明：第 1 題至第 4 題。

1. 若 $\triangle ABC$ 滿足 $2 \cos B \sin C = \sin A$ ，則 $\triangle ABC$ 的形狀是？

- (1) 正三角形
- (2) 直角三角形
- (3) 等腰三角形
- (4) 鈍角三角形
- (5) 等腰直角三角形

2. 若 $a = \sin 10^\circ$ ， $b = \cos 20^\circ$ ， $c = \tan 30^\circ$ ， $d = \sin 80^\circ$ ， $e = \tan 85^\circ$ ，試比較大小，請選出正確的選項。

- (1) $a > b > c$
- (2) $d > b > c$
- (3) $e < c < a$
- (4) $a < b < c$
- (5) $a = d > e$

3. 設 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$ ($x \in \mathbb{R}$)，則

- (1) $f(x)$ 為週期函數，且週期為 π
- (2) $f(x)$ 的圖形其振幅為 2 單位
- (3) $f(x)$ 的圖形對稱於 $x = \frac{7\pi}{12}$
- (4) $f(x)$ 的圖形是 $\sin 2x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位
- (5) $f(x)$ 的圖形是 $\cos 2x$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位

4. 設 x 為實數，則下列哪個方程式有解？

(1) $\sin x + \cos x = 2$

(2) $\sin x \cos x = 1$

(3) $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 1$

(4) $3 \sin x + 4 \cos x = 5$

二、填充題

說明：第 5 題至第 12 題。

5. 若 $\cos \theta = \tan \theta$ ，則 $\sin \theta =$ 【 】。

6. 已知 $\sin \theta, \cos \theta$ 為 $4x^2 - 5x + t = 0$ 之兩根，求 $t =$ 【 】。

7. 若 $x = \alpha$ 時，函數 $f(x) = 4 \sin x - 3 \cos x + 2$ 有最小值，此時 $\tan \alpha =$ 【 】。

8. 設 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ ，則 $\sin x (\cos x - \sin x)$ 之最大值、最小值分別為何？

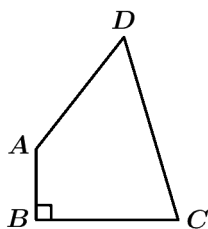
9. 若半圓 O 的半徑為 1， A 為直徑延長線上一點滿足 $\overline{OA} = \frac{5}{2}$ ， B 為半圓上任一點，以 $\overline{AB}$ 為一邊做正三角形 ABC ，求四邊形 $OACB$ 面積最大值？

10. 化簡 $\sqrt{1 + \sin 340^\circ} - \sqrt{1 - \sin 340^\circ}$ 之值？

11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A, \angle B$ 滿足 $\begin{cases} 3 \sin A + 4 \cos B = 6 \\ 4 \sin B + 3 \cos A = 1 \end{cases}$ ，

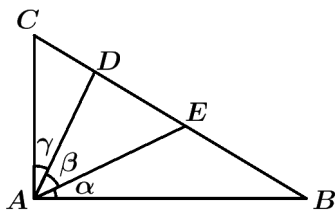
試求 $\angle C =$ 【 】。(全對才給分)

12. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 、 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 、 $\overline{CD} = 6$ 、 $\overline{AD} = \sqrt{21}$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，則 $\overline{BD} =$ 【 】。



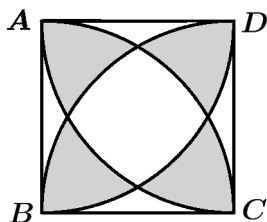
13. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 24$ ， $\angle C = 60^\circ$ ， $\angle A > \angle B$ ，若 $\overline{BC}$ 的長度為整數，寫出 $\overline{BC}$ 所有可能的值【 】。(全對才給分)

14. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ 且 $\overline{CD} : \overline{DE} : \overline{EB} = 2 : 3 : 4$ ，且 $\angle BAE = \alpha$ ， $\angle DAE = \beta$ ， $\angle DAC = \gamma$ ，求 $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \gamma} =$ 【 】。



15. 若一扇形面積為 25(平方單位)，則當此扇形周長為最小時，此時的扇形內切圓半徑為【 】？
(請以正弦 $\sin$ 及數字表達)

16. 如圖， $ABCD$ 為邊長 1 的正方形，則灰色部分的面積為何？



三、證明題

說明：第 17 題。

17. 請證明： $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$

参考答案

1. 3 2. 2 3. 15 4. 4

5. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

6. $\frac{9}{8}$

7. $-\frac{4}{3}$

8. $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$

9. $\frac{40+29\sqrt{3}}{16}$

10. $-2\sin 10^\circ (-2\sin 170^\circ)$

11. $\angle C = 30^\circ$

12. $2+2\sqrt{5}$

13. 25、26、27

14. $\frac{27}{8}$

15. $\frac{5\sin 1}{1+\sin 1}$

16. $\frac{\pi}{3}+2\sqrt{3}-4$

17. 略

5