

台中市文華高中 112 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 在坐標空間中，直線 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ 和 yz 平面的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta = ?$

(1) $\frac{\sqrt{182}}{14}$

(2) $\frac{\sqrt{14}}{14}$

(3) $\frac{5\sqrt{7}}{14}$

(4) $\frac{\sqrt{21}}{14}$

(5) $\frac{6}{7}$

2. 坐標空間中有兩直線 $L_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = t + 2 \\ z = 2t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}, L_2 : \begin{cases} x = y \\ y = 2z \end{cases}$ ，則 L_1 和 L_2 之關係為何？

(1) 兩平行線

(2) 兩重合線

(3) 兩歪斜線

(4) 交於一點且互相垂直的兩直線

(5) 交於一點但不垂直的兩直線

二、多選題（占 20 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

3. 在坐標空間中，下列選項所代表的圖形哪些為一直線？

(1) $x = 2y = 3z$

(2) $y = 2x + 3$

(3) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 3 \end{cases}$

(5) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$

4. 在坐標空間中，下列哪些圖形是和平面 $x + y + 2z = 3$ 平行的直線？

(1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$

(2) $x + y + 2z = 5$

(3) $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t \\ z = -t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

(4) $\begin{cases} x = 3t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

(5) $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$

5. 在坐標空間中，請選出和 y 軸互為歪斜線的選項。

$$(1) \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$(4) \begin{cases} x = 3 \\ y = t + 1 \\ z = 5 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$(5) \begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

6. 設 A, B, C 為同一個樣本空間中的三事件，且 A, B, C 皆不為 $\emptyset$ ，則下列選項哪些是正確的？

(1) $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$

(2) $P(B | A) + P(B' | A) = 1$

(3) 若 A, B 為獨立事件，則 $P(A' | B') = P(A')$

(4) 若 A, B, C 三事件兩兩獨立，則 $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$

(5) 若 A, B, C 三事件獨立，則 $P(B' \cup C' | A) = P(B' \cup C')$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 7 題至第 16 題，每題 6 分。

7. 已知 $A(1, 0, 1)$ 、 $B(2, -1, 0)$ 、 $C(3, 0, 5)$ ，包含 A, B, C 三點的平面方程式為 $ax + by - z = k$ ，則數對 $(a, b, k) = (\underline{7-1}, \underline{7-2}, \underline{7-3})$ 。

8. 包含 z 軸且通過點 $P(1, 2, 4)$ 的平面方程式為 $ax - y + cz = k$ ，則數對 $(a, c, k) = (\underline{8-1}, \underline{8-2}, \underline{8-3})$ 。

9. 設 $P(x, y, z)$ 為平面 $3x + 2y + 6z = 0$ 上的點，則 $(x+2)^2 + y^2 + z^2$ 的最小值為 $\frac{\underline{9-1} \underline{9-2}}{\underline{9-3} \underline{9-4}}$ 。

10. 已知 $A(3, 1, 2)$ 、 $B(0, 0, -2)$ 且和平面 $2x + y + 3z = 1$ 垂直的平面方程式為 $ax + by - z = k$ ，則數對 $(a, b, k) = (\underline{10-1}, \underline{10-2}, \underline{10-3})$ 。

11. 已知兩平面 $3x + y - z = 1$ 和 $x + 2y + z = 1$ 相交於直線 L ，且 L 的參數式為

$$\begin{cases} x = at - 1 \\ y = -4t + c \\ z = bt + d \end{cases}, t \in \mathbb{R}, \text{ 求 } (a, b, c, d) = (\underline{11-1}, \underline{11-2}, \underline{11-3}, \underline{11-4} \underline{11-5})。$$

12. 包含直線 $x = 1 - y = 5 - z$ 和 $A(0, 2, 3)$ 的平面方程式為 $ax + by + z = k$ ，

則數對 $(a, b, k) = (\underline{12-1}, \underline{12-2}, \underline{12-3})$ 。

13. 若兩直線 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+a}{3} = \frac{z-5}{-4}$ 和 $\frac{x-3}{1} = \frac{y-a}{1} = \frac{z-3}{2}$ 相交於一點，

則 $a = \underline{13-1}$ 。

14. 同時投擲三顆公正骰子一次，則在至少出現一顆一點的條件下，其三顆點數乘積為偶數的機率為

$$\frac{\underline{14-1} \underline{14-2}}{\underline{14-3} \underline{14-4}}。$$

15. 設 A, B, C 為同一個樣本空間中的三事件，且三事件獨立，已知 $P(A) = \frac{1}{2}$ 、 $P(B) = \frac{1}{3}$ 、

$P((A \cup B) \cap C) = \frac{1}{6}$ ，則 $P(A \cup B \cup C) = \frac{\underline{15-1}}{\underline{15-2}}$ 。

16. 今有 A, B, C, D, E 五人排成一列，事件 X 代表 A, B 兩人相鄰、事件 Y 代表 B, C 兩人分開，求條件機率 $P(X | Y) = \frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2}}$ 。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

已知直線 $L: \begin{cases} x = 3t - 3 \\ y = 2 \\ z = -2t + 10 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ，及點 $A(1, 2, 3)$ ，則 A 點到 L 的距離為何？

17. 方法一（請利用配方法完成）：假設 L 上的動點 $P(3t - 3, 2, -2t + 10)$ ，則 $\overline{AP} = ?$

（非選擇題，4 分）

18. 方法二（請利用向量內積完成）：假設 L 上的動點 $P(3t - 3, 2, -2t + 10)$ ，則 $\overrightarrow{AP} = ?$

（非選擇題，4 分）

19. 方法三：

（非選擇題，2 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1

2. 3

3. 135

4. 45

5. 125

6. 1235

7. (2, 3, 1)

8. (2, 0, 0)

9. $\frac{36}{49}$

10. (1, 1, 2)

11. (3, 5, 2, -2)

12. (3, 2, 7)

13. 2

14. $\frac{72}{91}$

15. $\frac{3}{4}$

16. $\frac{1}{2}$

第貳部分：混合題

17. $\sqrt{13}$

18. $\sqrt{13}$

19. 略