

市立臺中一中 112 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 試題

請將答案填入第二頁的答案欄，否則不予計分。

一、多重選擇題：共 40 分。

(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1. 下列哪些數列是收斂數列？

(1) $\left\langle -\frac{2}{3} \right\rangle^n$ (2) $\langle \pi^n \rangle$ (3) $\left\langle \frac{5^{n+100}}{8^n} \right\rangle$ (4) $\langle (\tan 45^\circ)^n \rangle$ (5) $\langle (\log 101)^n \rangle$

2. 下列各無窮等比級數的式子哪些是正確的？

(1) $1-3+9-27+81+L +(-3)^{n-1}+L = \frac{1}{1+3}$

(2) $100+50+25+\frac{25}{2}+L +L = 200$

(3) $2-2+2-2+2-2+L = 0$

(4) $0.9+0.09+0.009+0.0009+L = 1$

(5) $1-0.2+0.04-0.008+L = \frac{5}{4}$

3. 下列關於函數 $f(x) = \sqrt{12-4x-x^2}$ 的敘述，哪些選項是正確的？

(1) 定義域為 $\{x | x \in R, -6 \leq x \leq 2\}$

(2) 值域為 $\{y | y \in R, y \leq 4\}$

(3) $f(1) = \sqrt{7}$

(4) $f(f(-6)) = 2\sqrt{3}$

(5) $f(x)$ 的圖形對稱 y 軸

4. 設實數 a 滿足 $[a] = -2$ ，其中符號 $[]$ 為高斯符號，下列哪些選項是正確的？

(1) a 的最小值為 -2

(2) a 的最大值為 -1

(3) $[a+1] = -1$

(4) $[a+4] = 3$

(5) $[a+0.5] = -1.5$

5. 設兩函數 $f(x) = x^2 - 4x - 2$ ， $g(x) = x + 2$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) $(f \circ g)(1) = -3$

(2) 當 $x = 2$ 時， $(f \circ g)(x)$ 有最小值

(3) $(f \circ g)(x)$ 為奇函數

(4) $(f \circ g)(x)$ 為連續函數

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = -6$

二、填充題：共 60 分。(每格 5 分)

6. 求下列各小題的極限值，若沒有極限，請回答「不存在」：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^2 + n + 100000}{4n^2 - 5n + 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{3n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 3}{n + 5} - \frac{4n^2}{2n + 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} + \frac{10}{2x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x+1)^3 + 1}{x + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 求下列各小題的級數和：

$$(1) \sum_{k=1}^{20} (k-1)(k+2) = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

(2) $\frac{2+1}{5^2} + \frac{2^2+3}{5^3} + \frac{2^3+3^2}{5^4} + \dots + \frac{2^n+3^{n-1}}{5^{n+1}} + \dots = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a+b)n^3 + (2a-b)n^2 - 5n + 100}{6n^2 + n - 7} = 2$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 若無窮等比級數 $(7x-2) + (7x-2)^2 + \dots + (7x-2)^n + \dots$ 收斂，且此級數的和為 4，則實數 x 之值為_____。

10. 設函數 $f(x) = \begin{cases} bx+1, & x \geq 3 \\ \frac{x^2+x+a}{x-3}, & x < 3 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x=3$ 連續，回答下列各題：

(1) 數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$, (2) $f(f(1)) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

試題結束

答案欄

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1	2	3	4	5

二、填充題：(每格 5 分)

6.(1)	6.(2)	6.(3)	6.(4)
6.(5)	6.(6)	7.(1)	7.(2)
8	9	10.(1)	10.(2)

市立臺中一中 112 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 簡答

請將答案填入第二頁的答案欄，否則不予計分。

一、多重選擇題：共 40 分。

(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1. 下列哪些數列是收斂數列？

(1) $\left\langle -\frac{2}{3} \right\rangle^n$ (2) $\langle \pi^n \rangle$ (3) $\left\langle \frac{5^{n+100}}{8^n} \right\rangle$ (4) $\langle (\tan 45^\circ)^n \rangle$ (5) $\langle (\log 101)^n \rangle$

2. 下列各無窮等比級數的式子哪些是正確的？

(1) $1-3+9-27+81+\cdots +(-3)^{n-1}+\cdots = \frac{1}{1+3}$

(2) $100+50+25+\frac{25}{2}+\cdots = 200$

(3) $2-2+2-2+2-2+\cdots = 0$

(4) $0.9+0.09+0.009+0.0009+\cdots = 1$

(5) $1-0.2+0.04-0.008+\cdots = \frac{5}{4}$

3. 下列關於函數 $f(x) = \sqrt{12-4x-x^2}$ 的敘述，哪些選項是正確的？

(1) 定義域為 $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 2\}$

(2) 值域為 $\{y \mid y \in \mathbb{R}, y \leq 4\}$

(3) $f(1) = \sqrt{7}$

(4) $f(f(-6)) = 2\sqrt{3}$

(5) $f(x)$ 的圖形對稱 y 軸

4. 設實數 a 滿足 $[a] = -2$ ，其中符號 $[\]$ 為高斯符號，下列哪些選項是正確的？

(1) a 的最小值為 -2

(2) a 的最大值為 -1

(3) $[a+1] = -1$

(4) $[a+4] = 3$

(5) $[a+0.5] = -1.5$

5. 設兩函數 $f(x) = x^2 - 4x - 2$ ， $g(x) = x + 2$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) $(f \circ g)(1) = -3$

(2) 當 $x = 2$ 時， $(f \circ g)(x)$ 有最小值

(3) $(f \circ g)(x)$ 為奇函數

(4) $(f \circ g)(x)$ 為連續函數

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = -6$

二、填充題：共 60 分。(每格 5 分)

6. 求下列各小題的極限值，若沒有極限，請回答「不存在」：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^2 + n + 100000}{4n^2 - 5n + 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{3n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 3}{n + 5} - \frac{4n^2}{2n + 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} + \frac{10}{2x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x+1)^3 + 1}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 求下列各小題的級數和：

(1) $\sum_{k=1}^{20}(k-1)(k+2)=$ _____。

(2) $\frac{2+1}{5^2}+\frac{2^2+3}{5^3}+\frac{2^3+3^2}{5^4}+\cdots+\frac{2^n+3^{n-1}}{5^{n+1}}+\cdots=$ _____。

8. 已知 $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{(a+b)n^3+(2a-b)n^2-5n+100}{6n^2+n-7}=2$ ，則數對 $(a,b)=$ _____。

9. 若無窮等比級數 $(7x-2)+(7x-2)^2+\ldots+(7x-2)^n+\ldots$ 收斂，且此級數的和為4，則實數 x 之值為_____。

10. 設函數 $f(x)=\begin{cases}bx+1, & x\geq 3 \\ \frac{x^2+x+a}{x-3}, & x< 3\end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x=3$ 連續，回答下列各題：

(1) 數對 $(a,b)=$ _____， (2) $f(f(1))=$ _____。

試題結束

答案欄 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：(每題8分，錯一個選項扣2分，直到該題0分。整題未作答不給分)

1	2	3	4	5
134	24	134	13	45

二、填充題：(每格5分)

6.(1)	6.(2)	6.(3)	6.(4)
$\frac{9}{4}$	$\frac{1}{6}$	0	-9
6.(5)	6.(6)	7.(1)	7.(2)
8	6	3040	$\frac{7}{30}$
8	9	10.(1)	10.(2)
(4,-4)	$\frac{2}{5}$	(-12,2)	11