

北一女中一百一十二學年度第一學期第二次段考高三文組(仁愛信)數學科試題

一、多重選擇題：每題 10 分，共 30 分。每個選項獨立計分，判斷正確者得 2 分，判斷錯誤者得 0 分。
整題未答者，不計分。

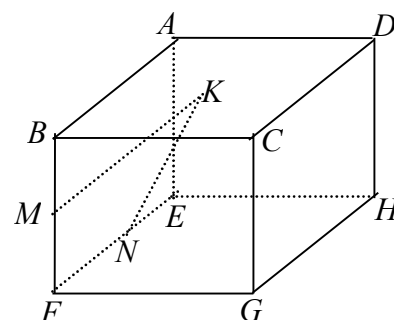


1. 設 X 為一隨機變數，且 X 的期望值 $E(X)=3$ ，變異數 $\text{Var}(X)=16$ ，請選出正確的選項。
(A) X 的標準差為 4 (B) $E(2X+3)=9$ (C) $\text{Var}(2X+3)=64$ (D) $E(X^2)=25$
(E) $-3X+7$ 的標準差為 12。

2. 有 A, B 兩個箱子，其中 A 箱有 6 顆白球與 4 顆紅球， B 箱有 8 顆白球與 2 顆藍球。現有三種抽獎方式(各箱中每顆球被抽取的機率相同)：(一)先在 A 箱中抽取一球，若抽中紅球則停止，若抽到白球則再從 B 箱中抽取一球；(二)先在 B 箱中抽取一球，若抽中藍球則停止，若抽到白球則再從 A 箱中抽取一球；(三)同時分別在 A, B 箱中各抽取一球。給獎方式為：在紅、藍這兩種色球當中，若只抽到紅球得 100 元獎金；若只抽到藍球得 100 元獎金；若紅、藍兩種色球都抽到，則仍只得 200 元獎金；若都沒抽到，則無獎金。將上列(一)(二)(三)這三種抽獎方式所得獎金的期望值分別記為 E_1, E_2, E_3 ，請選出正確的選項。
(A) $E_1=52$ (B) $E_1=62$ (C) $E_2=52$ (D) $E_2=62$ (E) $E_3=60$ 。

3. 如右圖所示，正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長等於 2 (即 $\overline{AB}=2$)， K 為正方形 $ABCD$ 的中心， M, N 分別為線段 BF, EF 的中點。請選出正確的選項。

- (A) $\overrightarrow{KM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ (B) $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{AB} = 2$ (C) $\overline{KM} = \sqrt{3}$
(D) $\triangle KMN$ 為一直角三角形 (E) $\triangle KMN$ 之面積為 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。



二、填充題：14 格 80 分。答案若為分數，請務必以最簡分數填寫之。得分依下表給分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得分	10	20	28	36	44	50	56
答對格數	8	9	10	11	12	13	14
得分	62	66	70	74	76	78	80

1. 袋中有 2 藍球、2 黑球，小綠綠自袋中取球，每次取出一球。假設每個球被取出的機率相同，試問：
(1) 取出不放回，取到黑球立即停止，則取出球數的期望值為_____個。
(2) 取出後放回，直到第 4 次才取到黑球的機率為_____。
2. 連續投擲一枚不公平的硬幣，直到出現正面才停止，令隨機變數 X 的取值為直到出現正面時投擲的總次數，已知 $P(X \geq 3) = \frac{4}{9}$ ，則此硬幣出現正面的機率為_____。
3. 小綠綠宣稱她在三分線投籃的命中率至少 80%，為了檢定其宣稱，她邀請小駱到籃球場看她表演，在三分線投 10 球並以顯著水準 $\alpha=0.05$ 檢定。假設隨機變數 X 的取值為小綠綠在三分線投籃 10 次進球的總次數，則(1) X 的拒絕域為 $X < a$ ，其中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(2)小綠綠至少要投進_____球，才不能拒絕她的宣稱。(請參考以下 $X \sim B(10, 0.8)$ 的機率分布表)

$X=k$	0	1	2	3	4	5
$P(X=k)$	0.00000010	0.00000410	0.00007373	0.00078643	0.00550502	0.02642412
$P(X \leq k)$	0.00000010	0.00000420	0.00007793	0.00086436	0.00636938	0.03279350
$X=k$	6	7	8	9	10	
$P(X=k)$	0.08808038	0.20132659	0.30198989	0.26843546	0.10737418	
$P(X \leq k)$	0.12087388	0.32220047	0.62419036	0.89262582	1	

4. 某隨機變數 X 的機率分布表如下， a, b 皆為整數。已知期望值 $E(X)=3$ ，變異數 $\text{Var}(X)=2$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

x	a	b	5
$p(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

5. 有一硬幣其出現正面的機率為 p ，若擲此硬幣 n 次的正面次數期望值為 60 次，標準差為 $2\sqrt{6}$ ，則數對 $(n, p) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 $A(-2, 2), B(4, 8)$ 為坐標平面上兩點，且點 C 在二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的圖形上變動時，則內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的最小值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = (\frac{5}{2}, \frac{10}{3})$ 及 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ 。若 A, P 連線交 $\overline{BC}$ 於 M ，則 $\overrightarrow{AM}$ 的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 設 O, A, B 為坐標平面上不共線三點，其中向量 $\overrightarrow{OA}$ 垂直 $\overrightarrow{OB}$ 。若 C, D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{5} \overrightarrow{OA} + \frac{3}{5} \overrightarrow{OB}$ 、 $2\overline{AD} = 7\overline{BD}$ ，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$ ，則 $(\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 設 $O(0,0,0)$ 為坐標空間中某長方體的一個頂點，且知 $A(1, 2, 2), B(-2, -1, 2), C(6, -6, 3)$ 為此長方體中與 O 相鄰的三頂點。若平面 $E: 2x + by + cz = d$ 將此長方體截成兩部分，其中包含頂點 O 的那一部分是個正立方體，則 $(b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. $H: 3x + 2y + z = 7$ 為坐標空間中一平面， L 為平面 H 上的一直線。已知點 $P(1, 1, 2)$ 為 L 上距離原點 O 最近的點，則 L 有一個方向向量為 $(3, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ 。

11. 坐標空間中有兩條直線 L_1, L_2 與一平面 E ，其中直線 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$ ，而 L_2 的參數式為 $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ ， t 為實數。若 L_1 落在 E 上，且 L_2 與 E 不相交，則 E 的方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 在四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 2\sqrt{6}$ 、 $\overline{BD} = \overline{CD} = 4$ ，且 $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ，則點 D 到平面 ABC 的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡根式)

北一女中一百一十二學年度第一學期第二次段考高三文組(仁愛信)數學科試題

答案卷(學生)

高三_____班_____號 姓名_____

一、多重選擇題：每題 10 分，共 30 分。每個選項獨立計分，判斷正確者得 2 分，判斷錯誤者得 0 分。
整題未答者，不計分。

1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題：14 格共 80 分。答案若為分數，請務必以最簡分數填寫之。得分依下表給分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得分	10	20	28	36	44	50	56
答對格數	8	9	10	11	12	13	14
得分	62	66	70	74	76	78	80

1.(1)	1.(2)	2.	3.(1)	3.(2)
4.	5.	6.	7.	8.
9.	10. (3, _____, _____)	11.	12.	

得分超過 100 分者，以 100 分計之。

女中一百一十二學年度第一學期第二次段考高三文組(仁愛信)數學科試題

答案卷(教師)

高三_____班_____號 姓名_____

一、多重選擇題：每題 10 分，共 30 分。每個選項獨立計分，判斷正確者得 2 分，判斷錯誤者得 0 分。
整題未答者，不計分。

1.	2.	3.
ABCDE	ACE	ABCDE

二、填充題：14 格共 80 分。答案若為分數，請務必以最簡分數填寫之。得分依下表給分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7		
得分	10	20	28	36	44	50	56		
答對格數	8	9	10	11	12	13	14		
得分	62	66	70	74	76	78	80		
1.(1)		1.(2)		2.		3.(1)		3.(2)	
$\frac{5}{3}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{3}$		6		6	
4.		5.		6.		7.		8.	
(1 , 3)		(100 , $\frac{3}{5}$)		-3		(3 , 4)		$\frac{21}{4}$	
9.		10.		11.		12.			
(-2 , 1 , 9)		(3 , <u> -5 </u> , <u> 1 </u>)		$x-6y+4z = 0$		$2\sqrt{2}$			

得分超過 100 分者，以 100 分計之。