

台中市文華高中 112 下高一期末考

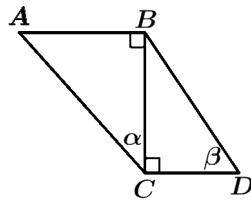
一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。

1. 根據統計資料得知，80 歲以上的人在一年內的死亡機率為 5%。保險公司欲對 80 歲以上的長者推出一年期的人壽險：「投保人若在投保後一年內死亡，則可獲理賠金 12000 元；否則不予理賠」。已知每一件保險在收到保費後，保險公司的行政費用成本為 100 元，若保險公司每件保險單的保費為 800 元，則對保險公司而言，此人壽險每件保險單獲利的期望值為多少元？

- (1) 60
- (2) 100
- (3) 160
- (4) 200
- (5) 250

2. 在圖中， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ，且 $\angle ACB = \alpha$ ， $\angle BDC = \beta$ ，則 $\overline{BD} = ?$



- (1) $\frac{\sin \beta}{4 \cos \alpha}$
- (2) $\frac{4 \cos \alpha}{\sin \beta}$
- (3) $\frac{4 \cos \alpha}{\tan \beta}$
- (4) $4 \cos \alpha \cdot \sin \beta$
- (5) $4 \cos \alpha \cdot \cos \beta$

3. 設 $\cos 140^\circ = k$ ，則 $\tan(-130^\circ) = ?$

(1) $\sqrt{1-k^2}$

(2) $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

(3) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

(4) $\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$

(5) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$

1

二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

4. 設事件 A 、 B 為樣本空間 S 中的兩事件，其發生的機率分別為 $P(A) = \frac{2}{3}$ 、 $P(B) = \frac{2}{5}$ ，則下列選項哪些是正確的？

(1) 若 $P(A \cap B) = \frac{2}{15}$ ，則 $P(A \cup B) = \frac{14}{15}$

(2) A 、 B 可能為互斥事件

(3) $P(A \cap B)$ 的最小值為 $\frac{2}{5}$

(4) $P(A' \cap B')$ 的最大值為 $\frac{1}{3}$

(5) $P(A - B)$ 的最大值為 $\frac{4}{15}$

5. 下列哪些選項中的值大於 $\frac{1}{2}$ ，且小於 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ？

- (1) $\cos 35^\circ$
- (2) $\cos 113^\circ$
- (3) $\sin(-113^\circ)$
- (4) $\sin(-2024^\circ)$
- (5) $\tan 2024^\circ$

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = \sqrt{5}$ ， $\overline{CA} = 2\sqrt{2}$ ， D 為 $\overline{CA}$ 上的中點，則以下敘述哪些正確？

- (1) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
- (2) $\angle BAC < 45^\circ$
- (3) $\triangle ABC$ 的面積為 3
- (4) $\overline{BD} = \sqrt{5}$
- (5) 以 $\overline{CA}$ 為邊向 $\triangle ABC$ 外作正方形 $ACPQ$ ，則 $\overline{BQ}$ 大於 5

三、填充題（占 58 分）

說明：第 7 題至第 11 題，每題 6 分；第 12 題至第 18 題，每題 4 分。

7. 自來水公司預計在 7 月 1 日到 7 月 10 日的十天內選擇三天停水，但是要求停水的三天不完全相鄰，

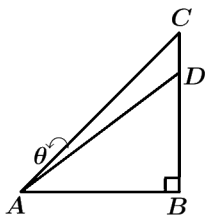
則滿足此情形的機率為 $\frac{\textcircled{7-1}\textcircled{7-2}}{\textcircled{7-3}\textcircled{7-4}}$ 。(化為最簡分數)

8. 甲、乙、丙、丁、戊五個人排成一列，其中甲、乙相鄰且乙、丙不相鄰的機率為 $\frac{\textcircled{8-1}}{\textcircled{8-2}\textcircled{8-3}}$ 。(化為最簡分數)

9. 一個箱子裡有 10 顆燈泡，其中有 3 個是壞的。今從箱子裡一次取出四個測試，則取出的燈泡中壞燈泡個數的期望值為 $\frac{\textcircled{9-1}}{\textcircled{9-2}}$ 個。

10. 如圖，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{BC}$ 上一點，

且 $\overline{BD} = 3\overline{CD}$ ，若 $\angle CAD = \theta$ ，則 $\tan \theta = \frac{\textcircled{10-1}}{\textcircled{10-2}}$ 。



11. 在圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$ ， $\angle ADC = 105^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ，

則 $\overline{BC} = \sqrt{\textcircled{11-1}}$ 。

12. 有四個人同時玩猜拳遊戲一次(剪刀、石頭、布)，不分勝負的機率為

$\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3} \textcircled{12-4}}$ 。(化為最簡分數)

4

13. 有一種遊戲，每次輸贏的規則如下：先從 1 到 6 的號碼中選定一個號碼 n ，再丟三粒公正的骰子，若三個點數都是 n ，可贏得 100 元；若恰有兩個點數 n ，可贏得 80 元；恰有一個點數 n ，可贏得 40

元；若沒有點數 n ，則輸 20 元。依此規則，玩此遊戲一次的期望值為 $\frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\textcircled{13-3}}$ 元。

14. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cdots + \sin^2 340^\circ + \sin^2 350^\circ = \frac{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2}}{\textcircled{14-3}}$ 。

15. 已知 θ 為第四象限角，且 $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ ，

則 $\sqrt{1 - 2 \sin \theta \times \cos \theta} - \sqrt{1 + 2 \sin \theta \times \cos \theta} = \frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3} \textcircled{15-4}}$ 。(化為最簡分數)

16. 在極坐標中，原點 O 為極點， A 、 B 兩點的坐標分別為 $A[6, 34^\circ]$ 、 $B[8, 154^\circ]$ 。已知 $\angle AOB$ 的內角

平分線與 $\overline{AB}$ 交於 D ，則 $\overline{OD} = \frac{\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}}{\textcircled{16-3}}$ 。(化為最簡分數)

17. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長分別為 a 、 b 、 c 。若 $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 8 : 9$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 $240\sqrt{5}$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}$ 。

18. 設 A 、 B 、 C 三點共線， B 在 A 、 C 之間， A 、 B 、 C 三點與山的垂足不共線。若由山頂量測 A 、 B 、 C 的俯角分別為 45° 、 60° 、 30° ，且 $\overline{AB} = 30$ 公尺， $\overline{BC} = 60$ 公尺，則山高為 $\textcircled{18-1} \textcircled{18-2} \sqrt{\textcircled{18-3}}$ 公尺。

參考答案

1. 2 2. 2 3. 4

4. 14 5. 14 6. 345

7. $\frac{14}{15}$

8. $\frac{3}{10}$

9. $\frac{6}{5}$

10. $\frac{1}{7}$

11. $\sqrt{6}$

12. $\frac{13}{27}$

13. $\frac{25}{3}$

14. 18

15. $\frac{10}{13}$

16. $\frac{24}{7}$

17. 21

18. $15\sqrt{6}$

7