

台北市中山女高 112 下高二第一次期中考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 給定相異兩點 A 、 B ，試問空間中能使 $\triangle PAB$ 成一正三角形的所有 P 點所成集合為下列哪個選項？

- (1) 一個點
- (2) 二個點
- (3) 一線段
- (4) 一直線
- (5) 一圓

2. 設 $\overrightarrow{OA} = (-2, 2, 1)$ ， $\overrightarrow{OB} = (3, 6, -2)$ ，且 $\overrightarrow{OC} = t\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 其中 $t \in \mathbb{R}$ ，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$ ，則 t 之值為何？

- (1) $\frac{7}{3}$
- (2) $\frac{-7}{3}$
- (3) $\frac{3}{7}$
- (4) 7
- (5) $\frac{-3}{7}$

二、多選題（占 21 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 7 分。(7-4-1-0)

3. 下列有關空間的敘述，何者是正確的？

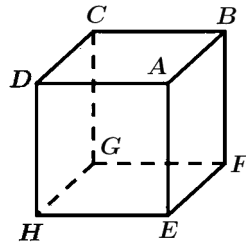
- (1) 垂直於同一直線的兩相異直線必互相平行或歪斜
- (2) 不在同一平面上的兩直線必為歪斜線
- (3) 三相異直線有可能兩兩互相垂直
- (4) 點 A 為平面 E 上一點，則恰有一個平面通過 A 且與平面 E 垂直
- (5) 點 A 為直線 L 上一點，則恰有一個平面通過 A 且與直線 L 垂直

4. 已知空間中三個非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，下列的運算性質，何者是正確的？

- (1) 若 $\vec{a}$ 垂直 $\vec{b}$ ，且 $\vec{a}$ 垂直 $\vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$
- (2) 若 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 的夾角為 $\frac{\pi}{4}$ ，則 $|\vec{b} \times \vec{c}| = |\vec{b} \cdot \vec{c}|$
- (3) 若 $\vec{a} = (-1, 2, 1)$ ，必可找到一個向量 $\vec{b}$ 滿足 $\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 4)$
- (4) $(\vec{a} \times \vec{b}) \perp (2\vec{a} - 3\vec{b})$
- (5) 當 $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 有最大值時， $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 有最小值

5. 圖為邊長為 1 之正方體，下列敘述何者正確？

- (1) 四面體 $ACFH$ 為正四面體
- (2) 直線 AC 與直線 HF 為一組歪斜線，且 $\overrightarrow{AC}$ 垂直 $\overrightarrow{HF}$
- (3) 直線 AC 與直線 HF 之間的最短距離為 $\sqrt{2}$
- (4) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB}$
- (5) 四面體 $ACFH$ 的體積為 $\frac{1}{3}$ (三角錐體積 = $\frac{1}{3} \times$ 底面積 $\times$ 高)



三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 14 題，每格 5 分。

6. 空間中相異三點 $A(2, 0, 4)$ 、 $B(3, -1, -1)$ 、 $C(1, 1, 3)$ ，

滿足 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ，則

(1) G 的坐標為【 】。

(2) $\cos \angle BAC =$ 【 】。

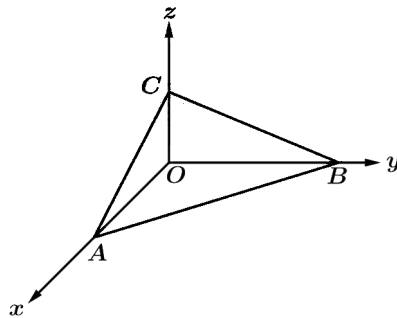
7. 試計算 $\begin{vmatrix} 29 & 28 & 27 \\ 25 & 24 & 23 \\ 13 & 11 & 12 \end{vmatrix} =$ 【 】。

8. 空間中相異三點 $A(4, 5, 0)$ 、 $B(1, 2, 3)$ 、 $C(6, 3, 4)$ ，

(1) 若 $\overrightarrow{AD}$ 同時垂直 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ ，且 $|\overrightarrow{AD}| = 3\sqrt{14}$ ，則 $\overrightarrow{AD} =$ 【 】。

(2) 若 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 的正射影為 $\overrightarrow{AH}$ ，則 H 的坐標為【 】。

9. 如圖，空間中已知 O 為原點，另有三點坐標分別為 $A(15, 0, 0)$ 、 $B(0, 20, 0)$ 、 $C(0, 0, 10)$ ，若 $\triangle OAB$ 與 $\triangle ABC$ 的二面角為 θ ，則 $\tan \theta =$ 【 】。



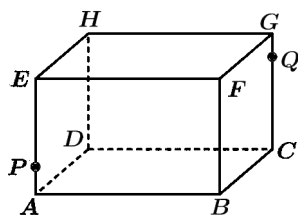
10. 已知 $\vec{a} = (2, -3, 1)$ 、 $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ ，

(1) 試求 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 所圍成的平行四邊形面積為【 】。

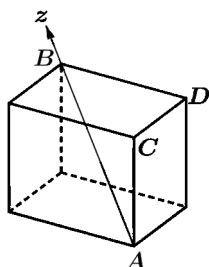
(2) 若 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ，求 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 的最大值為【 】。

11. 空間中三向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 、 $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 、 $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ 所決定的平行六面體體積為 4。則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 $2\vec{b} - 3\vec{c}$ 、 $2\vec{c}$ 三向量所決定的平行六面體體積為【 】。

12. 設長方體 $ABCD - EFGH$ 如圖所示，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AP} = 1$ ， $\overline{CQ} = 4$ ，試求 $\cos \angle PDQ =$ 【 】。



13. 如圖，有一長方體， $\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{CD} = 2$ 、 $\overline{BD} = 6$ ，今置頂點 A 於空間坐標系中之原點 $O(0, 0, 0)$ ，置 B 點於正 z 軸上，試求 D 點的 z 坐標 $=$ 【 】。



14. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ， P 為 $\triangle ABC$ 內部之一點，設 P 到 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 之距離分別為 x 、 y 、 z ，則 $9x^2 + 4y^2 + z^2$ 之最小值為【 】。

参考答案

1. 5 2. 1

3. 1235 4. 234 5. 1245

6. (1) $(2, 0, 2)$; (2) $\frac{1}{3}$

7. -12

8. (1) $\pm(-3, 9, 6)$; (2) $(5, 4, 2)$

9. $\frac{5}{6}$

10. (1) $3\sqrt{19}$; (2) $9\sqrt{19}$

11. 32

12. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

13. $\frac{13}{7}$

14. $\frac{24}{5}$