

台北市成功高中 112 下高二第二次期中考

一、多選題（占 21 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 7 分。(7-4-1-0)

1. 在空間坐標中，選出下列方程組，圖形為一直線之選項？

$$(1) \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$(2) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t + k \end{cases} \quad (t, k \in \mathbb{R})$$

$$(3) \frac{2}{x-1} = \frac{3}{y-3} = \frac{7}{z-5}$$

$$(4) \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 4x + 2y - 2z = 6 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 6x + 4y + 12z = 18 \\ 9x + 6y + 18z = 9 \end{cases}$$

2. 小成、小功、小高、小中 四個人進行抽籤挑戰賽，總共有 10 支籤，其中 4 支是中獎。規則由小成、小功、小高、小中 依序進行抽籤。請選出下列正確的選項。

(1) 小成 抽到中獎籤的機率最大

(2) 小功 抽到中獎籤的機率為 $\frac{2}{5}$

(3) 若已知小高 沒抽中中獎籤，則小中 抽中中獎籤的機率為 $\frac{4}{15}$

(4) 若賽前小功 決定放棄抽籤挑戰賽，此時小高 抽中中獎籤的機率變大

(5) 主辦單位決定變成總共 100 支籤，其中 40 支中獎，此時抽中中獎籤之機率比原本情形高

3. 坐標空間中有一平面 E 過 $(0,0,0)$ ， $(3,2,1)$ ， $(-3,2,1)$ 三點。請選出下列正確的選項。

(1) 向量 $(0,1,-2)$ 與平面 E 垂直

(2) 平面 E 與 yz 平面垂直

(3) 點 $(0,4,2)$ 在平面 E 上

(4) 平面 E 包含 x 軸

(5) 點 $(2,2,2)$ 到平面 E 的距離為 $\sqrt{5}$

二、填充題（占 70 分）

說明：第 4 題至第 15 題，每小題 5 分。

4. 成功 晶圓代工分成以下三間子公司生產晶片：台成功 產量佔 40%，美成功 產量佔 30%，日成功 產量佔 30%，其中台成功 瑕疵率為 5%，美成功 瑕疵率為 10%，日成功 瑕疵率為 7%，試問在此假設之下，日成功 瑕疵率佔所有瑕疵品的比率為【 】。

5. 已知平面過 $(5,2,6)$ ，求此平面與 x 軸、 y 軸、 z 軸，所圍之四面體體積最小值為【 】。

6. 求包含 $A(1,2,3)$ 、 $B(3,4,6)$ 、 $C(5,6,9)$ 、 $D(-2,1,1)$ 四點的平面方程式為 $ax+by+cz=-1$ ，求 $(a,b,c)=$ 【 】。

7. 求包含兩平面 $E_1:2x+y-3z=1$ 與 $E_2:3x-y+z=2$ 之交線，且與 $x+y+z=7$ 垂直之平面方程式為 $2x+by+cz=d$ ，求 $(b,c,d)=$ 【 】。

8. 天氣變化大，近日 A 型流感造成大流行，確診者皆使用克流感作為藥物治療的主要方法。假設已感染 A 型流感者，有 90% 的機率會被檢驗出來；未感染 A 型流感者，有 15% 會被檢驗出有感染。已知有 5% 的人口感染 A 型流感，試問被檢驗出有 A 型流感者，有多少的比例是真的確診 A 型流感者？【 】。

9. 伊朗 與以色列 戰事日漸緊繃，今伊朗 從 $P(1,2,3)$ 沿著向量 $(2,-1,4)$ 發射一枚飛彈，以色列 從基地 $Q(12,3,6)$ 沿著向量 $(-5,-4,9)$ 發射攔截彈，若已知被攔截到，則飛彈與攔截彈會在坐標【 】相遇爆炸。

10. 一個抽獎活動依照順序抽獎，輪到抽獎的人有一次的機會抽獎，抽獎方式為丟擲一顆公正的骰子，出現偶數點為中獎，奇數點為未中獎。活動直到四份獎品都被抽中為止。在第五位可以抽獎的情形之下，排在第六位可以抽獎的條件機率為【 】。

11. 袋中有 1 顆紅球，2 顆橙球，3 顆黃球，4 顆綠球，5 顆藍球，6 顆靛球，7 顆紫球。每次取一球，取後不放回，第 7 次取球取到紫球的機率為【 】。

12. 投擲一顆骰子四次，在點數和為 9 的條件之下，至少出現一次 4 點的機率為【 】。

13. 設 $P(1, 2, -3)$ 、 $Q(2, 0, -5)$ 與 $E: x + y - z = 3$ ；

(1) 取平面 E 上一點 R ，求 $\overline{PR} + \overline{RQ}$ 之最小值為【 】。

(2) 取平面 E 上一點 S ，求 $\overline{PS}^2 + \overline{SQ}^2$ 之最小值為【 】。

14. 成功投幣機中獎機率為 30%，今日挑戰者持續玩此投幣機，要中獎的機率超過 99%，則至少需要連續玩【 】次。

(假設每次遊戲皆獨立，且 $\log 2 \approx 0.301$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$)

15. 已知直線 $L: \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} \\ z=0 \end{cases}$ 與 $E: x + y - 2z = 3$ ；

(1) 求直線 L 在平面 E 上的正射影直線方程式之方向向量為 $(3, b, c)$ ，則 $(b, c) =$ 【 】。

(2) 若直線 L 與平面 E 的夾角為 θ ，求 $\cos \theta =$ 【 】。

三、計算題（占 9 分）

說明：第 16 題，每題 9 分。

16. 求兩歪斜線 $L_1: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{1}$ 與 $L_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{4}$ 的最短距離為何？

参考答案

1. 1

2. 2

3. 1234

4. $\frac{21}{71}$

5. 270

6. $(1, 5, -4)$

7. $(1, -3, 1)$

8. $\frac{6}{25}$

9. $(7, -1, 15)$

10. $\frac{13}{15}$

11. $\frac{1}{4}$

12. $\frac{3}{7}$

13. (1) 5 ; (2) $\frac{38}{3}$

14. 13

15. (1) $(1, 2)$; (2) $\pm \frac{\sqrt{70}}{10}$

16. $\frac{\sqrt{3}}{3}$