

112 學年度第一學期第三次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第三章平面上的比例

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

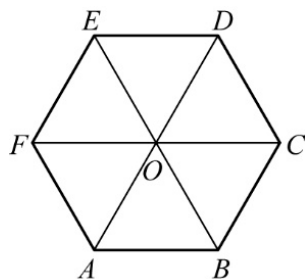
1. 已知平面向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ ，且 $\vec{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ， $\vec{BC} = -5\vec{a} + 6\vec{b}$ ， $\vec{CD} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ ，則一定共線的三點是 (1) A 、 B 、 C (2) A 、 B 、 D
(3) A 、 C 、 D (4) B 、 C 、 D (5) 三點都不共線
2. 有一飛機位置在雷達坐標上的 $A(31, 12)$ ，直線前進至坐標上的 $B(6, 7)$ ，此時需轉向往 $C(4, 4)$ 前進以便順利前往目的地，試問此飛機應修正左轉角度為下列哪一個選項。
(1) 15° (2) 30° (3) 45° (4) 60° (5) 75°

二、多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

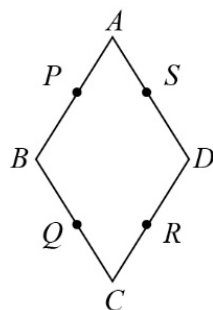
說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 如右圖所示， O 為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle ODE$ 的內部或邊界？

- (1) $\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{OE}$ (2) $\vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$
(3) $\vec{OP} = -\frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$ (4) $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$
(5) $\vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{OC} + \frac{1}{4}\vec{OE}$

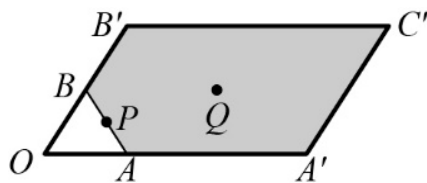


4. 右圖中菱形 $ABCD$ 的四邊中點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，則下列哪些敘述正確？



- (1) $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{PQ}$ (2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
 (3) $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (4) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$
 (5) $\overrightarrow{PR} \cdot \overrightarrow{QS} = 0$

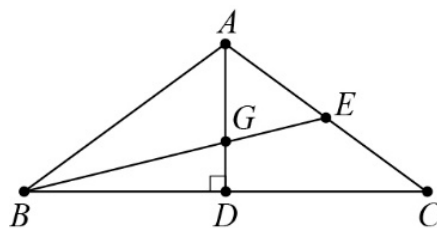
5. 如附圖， A' 與 B' 分別為射線 $\overrightarrow{OA}$ 及 $\overrightarrow{OB}$ 上的點， $\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OB'} = 2\overrightarrow{OB}$ ，今作平行四邊形 $OA'CB'$ 。已知 P 為線段 $\overline{AB}$ 上的一點，



而 Q 為陰影區域內的一點，設 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ， $\overrightarrow{OQ} = r\overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{OB}$ ，則下列敘述何者為真？

- (1) $0 \leq x \leq 1$ (2) $0 \leq r \leq 3$ (3) $1 \leq s \leq 2$ (4) $r + s \geq 1$
 (5) 若 Q 為 $\overline{A'B'}$ 的中點，則 $r = \frac{3}{2}$ ， $s = 1$

6. 坐標平面上，已知 O 為原點， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ 。若 D 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， E 為 $\overline{AC}$ 中點， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 交於點 G ，試選出正確的選項？



- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 32$ (2) $\overrightarrow{GD} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ (3) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
 (4) $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ (5) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

三、填充題（每題 6 分，共 54 分）

7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $(x+y)\overrightarrow{AB} + (2x+y-1)\overrightarrow{CB} = (x+2y-4)\overrightarrow{CA}$ ，求數對 $(x,y)=$ _____。

8. 已知 $\overrightarrow{a} = (1, 12)$ ， $\overrightarrow{b} = (2, -1)$ ，且 $\overrightarrow{c} = 3\overrightarrow{a} + r\overrightarrow{b}$ ，其中 r 為實數，則 $|\overrightarrow{c}|$ 的最小值為_____。

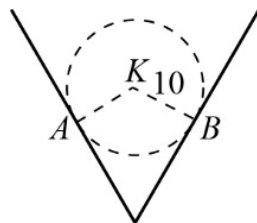
9. 於正六邊形 $ABCDEF$ 中，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$ ，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF} =$ _____。

10. 設 $\overrightarrow{a} = (2, 5)$ ， $\overrightarrow{b} = (3, 2)$ ， $\overrightarrow{c} = (-2, k)$ ，若 $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 上正射影與 $\overrightarrow{c}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 上的正射影相同，試求實數 k 的值為_____。

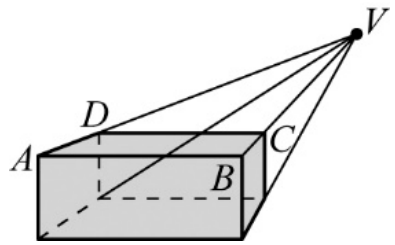
11. 若向量 $\overrightarrow{a} = (-3, 4)$ 與 $\overrightarrow{b} = (2, 4)$ ，且 $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ ，其中 $\overrightarrow{u}$ 與向量 $\overrightarrow{b}$ 平行， $\overrightarrow{v}$ 與向量 $\overrightarrow{b}$ 垂直，則向量 $\overrightarrow{u} =$ _____，與向量 $\overrightarrow{v} =$ _____。

12. 設 $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$ ，且 $|\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}|$ ，若 $|3\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}| = k|\overrightarrow{a}|$ ，則 $k =$ _____。

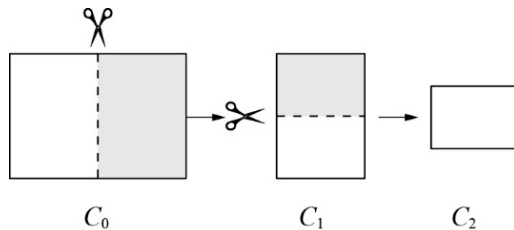
13. 如附圖是一個 60° 角置換為圓角的範圍，已知圓半徑 $r=10$ ，試求 A 、 B 兩點的距離為_____。



14. 右圖是單點透視圖中的一個長方體，四邊形 $ABCD$ 是長方體的一個面， V 是消失點。
在此透視圖中，若 $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{VA} = 6$ ，
 $\overline{VD} = 4$ ，試求 $\overline{AB}$ 的長度：_____。



15. 有一款名為 C 系列紙張。將一張 C_0 紙的長邊對折剪開後就是 C_1 ，而沿著 C_1 紙的長邊對折剪開後就是 C_2 ，依此類推。C 系列紙張規格是長與寬的比值對半切後仍維持相同。已知 C_2 的短邊長為 64 公分，則 C_5 的邊長為 _____ 公分。



四、計算證明題（每題 6 分，共 6 分）

16. 哥德式建築常使用尖拱設計，附圖是其中一種稱為四分之一拱的外觀設計。下半部是一矩形 $ABCD$ ，上半部則是以 $\overline{AB}$ 的四等分點為圓心，半徑為 $\frac{3}{4}\overline{AB}$ 的兩條相等圓弧 $\widehat{AP}$ 及 $\widehat{BP}$ 所組成。已知 $\overline{AB} = 8$ ，過 P 點分別作切線 PE 與 PF ，試求 $\cos \angle EPF$ 之值。

