

台北市中山女高 112 上高一期末考

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

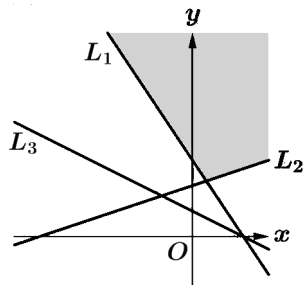
1. 關於圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ 的圓心與半徑，試選出敘述正確的選項。

- (1) 圓心 $(1, -2)$ ，半徑為 2
- (2) 圓心 $(1, -2)$ ，半徑為 $\sqrt{2}$
- (3) 圓心 $(-1, 2)$ ，半徑為 $\sqrt{2}$
- (4) 圓心 $(-2, -1)$ ，半徑為 $\frac{1}{2}$
- (5) 圓心 $(2, -1)$ ，半徑為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

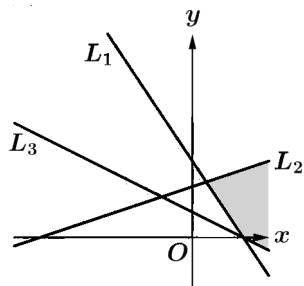
2. 坐標平面上，已知 $L_1: 3x + 2y - 6 = 0$ ， $L_2: -x + 3y - 6 = 0$ ， $L_3: x + 2y - 2 = 0$ ，下列哪一個選項中

所塗的灰色區域(包含邊界)是聯立不等式 $\begin{cases} 3x + 2y - 6 \geq 0 \\ -x + 3y - 6 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \end{cases}$ 的解？

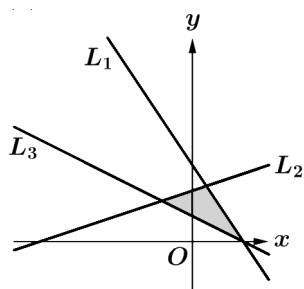
(1)



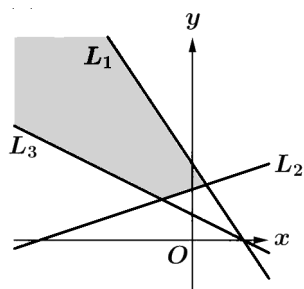
(2)



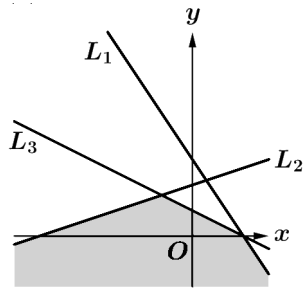
(3)



(4)



(5)



3. 有一光線沿著點 $A(-7, 3)$ 到點 $B(-1, 1)$ 方向射向 x 軸，碰到 x 軸後反射，反射後光線沿著直線 M 離去，則直線 M 為何？

- (1) $x + 3y - 2 = 0$
- (2) $x - 3y + 4 = 0$
- (3) $x - 3y - 2 = 0$
- (4) $3x + y + 2 = 0$
- (5) $3x - y - 6 = 0$

4. 坐標平面上，已知直線 $y = \frac{3}{4}x$ 與圓 $(x - a)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 相切且切點為 $P(4, 3)$ ，其中 $r > 0$ ，試問 $a + r$ 的值為何？

- (1) 5
- (2) 8
- (3) $\frac{35}{4}$
- (4) $\frac{47}{4}$
- (5) 20

二、多選題（占 28 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

5. 在坐標平面上，已知直線 $L: 5x - 2y - 12 = 0$ ，試選出正確的選項。

- (1) 直線 L 的斜率為 $\frac{5}{2}$
- (2) 直線 L 的 y 截距為 6
- (3) 直線 $5x + 2y + 12 = 0$ 與直線 L 垂直
- (4) 平行直線 L 且過點 $A(2, 0)$ 的直線為 $5x - 2y = 10$
- (5) 直線 L 與圓 $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 1$ 相切

6. 試選出正確的選項。

- (1) 方程式 $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3}$ 的圖形為圓
- (2) 圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 上可找到一點 A 與點 $(3, 4)$ 距離為 8
- (3) 過點 $(1, 1)$ 的任意直線皆與圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 相交
- (4) 圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 與兩條平行線相切，則此兩平行線之間的距離為 6
- (5) 若點 $(5, 2)$ 在圓 $x^2 + y^2 = k$ 的外部，則點 $(6, 0)$ 必在圓 $x^2 + y^2 = k$ 的外部

7. 關於 $A(-1, 1)$ 、 $B(3, 3)$ 兩點，試選出正確的選項。

- (1) 線段 AB 的中垂線方程式為 $L: x + 2y = 5$
- (2) 通過 A 、 B 兩點的最小圓其半徑為 $\sqrt{5}$
- (3) 若有一圓通過 A 、 B 兩點，則此圓圓心不可能落在第三象限
- (4) 若有一圓使得 A 點在圓內、 B 點在圓外，則此圓圓心不可能落在第三象限
- (5) 若有一圓使得 A 點在圓內、 B 點在圓外，則此圓圓心的 x 坐標必小於 5

8. 已知方程式 $\Gamma: x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + k^2 + 2k - 3 = 0$ ， k 為實數，試選出正確的選項。

- (1) 方程式 Γ 的圖形可為一點
- (2) 若方程式 Γ 的圖形為一圓，則圓面積最小為 2π
- (3) 若方程式 Γ 的圖形為一圓，則其圓心必在直線 $x + y = 0$ 上
- (4) 若方程式 Γ 的圖形為一圓，則 $x + y = 1$ 可能為圓的切線
- (5) 恰有 1 個實數 k 滿足方程式 Γ 的圖形為與 x 軸、 y 軸皆相切的圓

三、填充題（占 52 分）

說明：第 9 題至第 13 題，每題 6 分；第 14 題至第 15 題，每題 5 分；
第 16 題至第 18 題，每題 4 分。

9. 在 xy 坐標平面上有一直線 $L: 2x + 3y - 18 = 0$ ，將直線 L 向左平移 1 單位，向下平移 2 單位得另一直線 $M: 2x + 3y + k = 0$ ，則實數 k 值為【 】。

10. 若直線 $L_1: ax + y = 12$ 與直線 $L_2: 2x - 8y = 5$ 垂直，則點 $(1, -9)$ 到直線 L_1 的距離為【 】。

11. 若 k 為實數，且二元一次聯立方程組
$$\begin{cases} kx + 3y + k + 1 = 0 \\ x + 4(k + 1)y + 8k^2 + 1 = 0 \end{cases}$$
 有無限多組解，則 k 值為【 】。

12. 坐標平面上有一圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ，試求過圓 C 外一點 $(4, 4)$ 與圓 C 相切的直線方程式為【 】。

13. 坐標平面上有三點 $A(-1, 4)$ 、 $B(0, k)$ 、 $C(5, 6)$ 且 $\overline{AB}$ 垂直 $\overline{BC}$ ，求通過 A 、 B 、 C 三點的圓方程式為【 】。

14. 設直線 $3x + 2y = 6$ 與直線 $y = m(x + 2) - 3$ 相交於點 A ，若點 A 位於第一象限，求實數 m 的範圍為【 】。（註：第一象限不包含 x 軸、 y 軸）

15. 已知圓 $C: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 36$ ，且通過圓 C 內一點 $(-1, 4)$ 的所有弦中，最短的弦長為 m ，最長的弦長為 n ，求數對 (m, n) 之值為【 】。

16. 坐標平面上有 $A(-4, 1)$ 、 $B(-2, -1)$ 、 C 三點，已知三角形 ABC 的面積為 8 且 C 點在直線 $3x - y = 7$ 上，求 C 點坐標為【 】。

17. 已知圓 $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = k$ 上的所有點都滿足二元一次聯立不等式

$$\begin{cases} 2x - y - 4 \leq 0 \\ x + 3y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

，求實數 k 的最大值為【 】。

18. 坐標平面上，兩平行線 L 與 M 的斜率皆為正值，且兩平行線的距離為 3，若 $P(-1, -1)$ 在直線 L 上， $Q(-1, 4)$ 在直線 M 上，求直線 L 的方程式為【 】。

參考答案

1. 2 2. 1 3. 3 4. 2

5. 14 6. 135 7. 23 8. 235

9. -10

10. $\sqrt{17}$

11. $\frac{1}{2}$

12. $12x - 5y = 28$ 與 $y = 4$

13. $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 10$

14. $\frac{3}{4} < m < 3$

15. $(8, 12)$

16. $(3, 2)$ 或 $(-1, -10)$

17. 20

18. $4x - 3y = -1$