

台中市台中女中 112 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 86 分）

一、多選題（占 16 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 8 分。(8-6-4-2-0)

1. 空間中，給定一直線 $L: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ 及一平面 $E: x + 3y + 2z = k, k \in \mathbb{R}$ ，試問下列選項哪

些正確？

(1) 直線 L 與直線 $L_1: \frac{x+1}{-1} = -y = \frac{5-z}{2}$ 重合

(2) 直線 L 與直線 $L_2: x = y = z$ 垂直

(3) 直線 L 與直線 $L_3: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{2}$ 共平面

(4) 當 $k = 5$ 時，直線 L 平行平面 E

(5) 不論 k 值為何，直線 $L_4: \begin{cases} x + 2y = 1 \\ y + z = 3 \end{cases}$ 與平面 E 必有交點

2. 籤筒內有 8 支籤，其中有 4 支是有獎的（每支籤被抽出的機會均等），現依照甲乙丙丁戊己庚辛順序每人依序抽出一支籤，抽後不放回，下列選項哪些正確？（註：抽到有獎的籤稱為中獎）

(1) 甲中獎的機率最大，辛中獎的機率最小

(2) 甲乙均中獎的機率 $\frac{3}{14}$

(3) 乙丙均中獎的機率與丁辛均中獎的機率相同

(4) 已知前三個人恰有 2 人中獎的條件下，排在第六位的己中獎的條件機率為 $\frac{3}{5}$

(5) 已知前三個人中至少有 2 人中獎的條件下，排在第五位的戊中獎的條件機率為 $\frac{16}{35}$

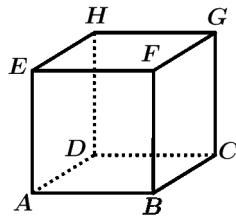
二、填充題（占 70 分）

說明：第 3 題至第 13 題，每格 5 分。

3. 設有一正方體 $ABCD - EFGH$ 如圖所示，其中頂點 $A(1, 2, 1)$ ， $B(0, 4, 3)$ ， $D(3, 4, 0)$ ，試回答下列問題：

(1) 頂點 E 的坐標為【 】。

(2) 平面 BDE 方程式為【 】。



4. 設兩相異平面 E, F 的交線為 L ， $A(1, -1, 2)$ ， $B(-1, 2, 3)$ 在平面 F 上，且直線 AB 在平面 $E: 2x + y + z = 7$ 上的投影正好與直線 L 重合，則平面 F 的方程式為【 】。

5. 坐標空間中， $A(1, 1, 1)$ 在平面 $E: 2x + 3y - z + 10 = 0$ 上的投影為 H ，且向量 $\overrightarrow{AH}$ 與向量 $(0, 2, 0)$ 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ 【 】。

6. 設 a, b, c 為非零實數，試求點 $A(2, 3, 6)$ 到平面 $E: ax + by + cz = 0$ 的最大距離為【 】。

7. 直線 $L_1: \begin{cases} 3x - 5y + z + 10 = 0 \\ x - 3y - z + 10 = 0 \end{cases}$ 與 $L_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{k} = \frac{z-5}{-3}$ ，試回答下列問題：

(1) L_1 可表示成 $\frac{x-a}{2} = \frac{y-b}{c} = \frac{z-3}{d}$ ，試求序組 $(a, b, c, d) = [\quad]$ 。

(2) 若 L_1 與 L_2 恰交於一點，則 $k = [\quad]$ 。

8. 設兩直線 $L_1: \begin{cases} 2x + y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$ 與 $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ ，試回答下列問題：

(1) 點 $A(-1, 4, 3)$ 到直線 L_1 的距離為 []。

(2) 設 P 為 L_1 上的點且 Q 為 L_2 上的點，則 $\overline{PQ}$ 的最小值為 []。

9. 袋子中有 4 個白球與 3 個黑球，求大小形狀相同，僅顏色相異，今有甲乙丙丁戊 5 人依照甲第一、乙第二、丙第三、丁第四、戊第五順序，從袋中各取一球且取後不放回，則甲乙取到相同顏色的球且丁取得白球的機率為 []。

10. 設 A, B 為兩事件，設 $P(A) = \frac{2}{5}$ ， $P(A \cup B) = \frac{8}{11}$ ，滿足 $P(A | B) = P(A)$ ，則 $P(A \cap B') =$ 【 】。

11. 投擲一個公正的骰子三次，已知三次點數和為偶數的條件下，請問三次中恰出現 1 次 2 點知條件機率為【 】。

12. 進德 公司尾牙抽獎準備了若干個紅、綠兩種色球。老闆將中獎的機率設定為 x 。負責的員工小綠在兩種色球當中，各自隨意挑選若干顆標註記號，表示中獎。經尾牙當晚的試驗結果得知中獎者有 $\frac{5}{12}$ 是抽到紅球，沒有中獎者有 $\frac{11}{16}$ 是抽到綠球。若每次抽獎後都會在把球放回，且已知紅球中有 $\frac{1}{4}$ 的標註中獎，依上述資訊，試求中獎的機率 $x =$ 【 】。

13. 在好高級中學裡高一學生占 40%，高二學生占 30%，三個年級裡有 7 成 2 (即 72%) 的學生近視，其中高一學生中有 60% 近視，高二學生中有 $x\%$ 近視，高三學生中有 84% 近視。現由全校學生中隨機選 1 名出來，每個學生被選到的機會均等。已知選到的學生沒有近視，則該名學生是高二學生的條件機率為【 】。

第貳部分：混合題（占 14 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

某抽獎遊戲單次中獎機率為 0.1，每次中獎與否皆為獨立事件。對每一正整數 n ，令 p_n 為玩此遊戲 n 次至少中獎 1 次的機率。

14. 試問下列哪些選項是正確？（多選題）

- (1) $p_{n+1} > p_n$
- (2) $p_3 = 0.3$
- (3) $\{p_n\}$ 為等比數列
- (4) 玩此遊戲兩次以上，第一次未中獎且第二次中獎的機率等於 $p_2 - p_1$
- (5) 玩此遊戲 n 次 $n \geq 2$ 時，恰中獎 1 次的機率等於 $p_1(1 - p_{n-1})$

15. 若希望玩這個遊戲 n 次至少中獎 1 次的機率提高至九成，亦即 $p_n \geq 0.9$ ，則至少要玩這個遊戲幾次？(非選擇題)

(參考數值： $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 2 \approx 0.3010$)

參考答案

第壹部分：選擇(填)題

1. 345 2. 23

3. (1) $(-1, 3, -1)$; (2) $x - 5y + z = -17$

4. $x + 2y - 4z = -9$

5. $\frac{-3}{\sqrt{14}}$

6. 7

7. (1) $(-1, 2, 1, -1)$; (2) 3

8. (1) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$; (2) $\frac{4}{3}$

9. $\frac{8}{35}$

10. $\frac{2}{11}$

11. $\frac{13}{36}$

12. $\frac{1}{5}$

13. $\frac{9}{35}$

第貳部分：混合題

14. 14

15. 22