

112 學年度第二學期第二次定期考高三數甲試題

命題範圍：第三章二次曲線

一、單選題（每題 5 分，合計 40 分）

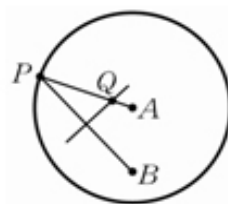
1. 設一動圓和直線 $L: x+3=0$ 相切，且與圓 $C: (x-6)^2+y^2=9$ 外切，求此動圓圓心之軌跡方程式為

(1) $y^2=6x$ (2) $y^2=8x$ (3) $y^2=12x$ (4) $y^2=18x$ (5) $y^2=24x$

2. 設拋物線的對稱軸與 x 軸平行，且通過 $(0,0)$, $(3,3)$, $(3,-1)$ 三點，求此拋物線的焦距為 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $\frac{3}{2}$ (5) 4

3. 設半徑是 6 的圓 Γ ，圓心在點 $A(3,0)$ ，點 $B(3,-4)$ 在圓

Γ 內，點 P 在圓 Γ 上， Q 為 $\overline{PB}$ 的中垂線與 $\overline{PA}$ 的交點，當 P 在圓 Γ 上移動時，動點 Q 之軌跡是橢圓，則此橢圓的長軸長為 (1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12



4. 已知橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ，將 Γ 以原點為中心，分別沿水平方向伸縮為 2 倍，鉛直方向伸縮為 3 倍，得到一個圓，則此圓的半徑為 (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8。

5. 橢圓 $x^2+4y^2-4x-24y+36=0$ 內接矩形最大面積為 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

6. 設雙曲線 $\Gamma: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ ，點 $A(5,7)$ ， $F_1(0,5)$ ， P 為雙曲線 Γ 上 x 軸上方的動點，則 $\overline{PA} + \overline{PF_1}$ 的最小值為 (1) 4 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 14

7. 雙曲線 $x^2-y^2=1$ 上任一點 P 到兩條漸近線之距離乘積值為

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 1 (5) $\frac{3}{2}$

8. 雙曲線 $x^2 - 4y^2 - 4 = 0$ 之頂點與其共軛雙曲線之頂點所圍成四邊形面積為
(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

二、多重選擇題

(共 2 題，合計 20 分；每題至少有一個選項正確，所有選項均答對得 10 分；只錯 1 個選項得 6 分；只錯 2 個選項得 2 分；未作答或答錯多於 2 個選項以零分計算。)

9. 一等軸雙曲線 Γ ，中心為 $(2, 0)$ ，一漸近線為 $x - y - 2 = 0$ ，且點 $(0, 0)$ 在圖形上，則下列選項那些正確？
(1) 另一漸近線為 $x + y = 2$ (2) 實軸長為 4
(3) 共軛軸長為 8 (4) $(5, 0)$ 為一頂點 (5) $(2 + 2\sqrt{2}, 0)$ 為一焦點
10. 將橢圓 $\Gamma_1: \frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = 1$ ($A > 0, B > 0$) 以原點 O 為中心，逆時針旋轉 45° 得橢圓 $\Gamma_2: 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 8$ ，則下列選項那些正確？
(1) $A < B$ (2) Γ_2 的短軸長為 2 (3) Γ_2 的長軸長為 4 (4) Γ_2 的兩焦點距離為 3
(5) Γ_2 的的正焦弦長為 1

三、選填題：(占 40 分)

(說明：須依各題的格式填答，每一個列號只能在一個格子劃記。舉例，若答案格式是 $\frac{\textcircled{48}\textcircled{49}}{\textcircled{50}}$ 而依題意計算出來的答案是 $-\frac{3}{4}$ ，則考生必須分別在

答案卡的第 48、49、50 列劃記如下：

48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
49	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

第 A~E 題劃記在答案卡所標記的列號 (11~23)，每題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未作答或未完全答對不得分

(每題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未作答或未完全答對不得分)

- A. 設 m, n 皆為實數，若拋物線 $x = y^2 + my + n$ 的焦點為 $(-\frac{3}{4}, 5)$ ，求數對 (m, n) 之值 = (11)(12)(13), (14)(15)。
- B. 設 P 在拋物線 $\Gamma: (y+1)^2 = 2x$ 上，且二定點 $A(-4, 0), B(0, 2)$ ，求 $\triangle PAB$ 面積之最小值為 (16)。
- C. 設 p, q 皆為正數，求與橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{7} = 1$ 共焦點且過點 $P(\sqrt{3}, 2)$ 之橢圓方程式為 $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 1$ ，則數對 (p, q) 之值 = (17), (18)。
- D. 設 m, n 皆為實數，以橢圓 $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$ 的焦點為頂點，長軸頂點為焦點之雙曲線方程式為 $\frac{(x-1)^2}{m} + \frac{(y-2)^2}{n} = 1$ ，則數對 (m, n) 之值 = (19)(20), (21)(22)。
- E. 設雙曲線 Γ 的焦點為 $(-2, 1)$ 與 $(8, 1)$ ，一漸近線的斜率為 $\frac{3}{4}$ ，則雙曲線 Γ 的實軸長 = (23)。