

高雄市鳳山高中 112 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 92 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 已知一等差數列共有十項，且知其偶數項之和為 15，奇數項之和為 30，則此等差數列的公差為下列哪一個選項？

- (1) -3
- (2) 3
- (3) -2
- (4) 2
- (5) 5

2. 一個等比數列，其公比為 3，若各項同時乘 -5 ，則所形成新的等比數列之公比為下列哪一個選項？

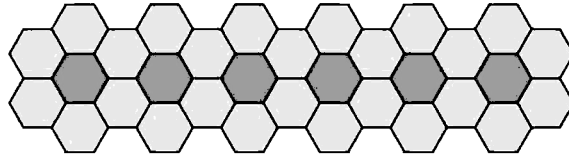
- (1) 3
- (2) -3
- (3) 5
- (4) -5
- (5) -1

3. 設 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，若 $a < 0, b < 0, a + b + c > 0$ ，則下列選項哪一個是正確的？

- (1) a, b, c 三數可能成等差數列且公差為正
- (2) a, b, c 三數可能成等差數列且公差為負
- (3) a, b, c 三數可能成等比數列且公比為正
- (4) a, b, c 三數可能成等比數列且公比為負
- (5) a, b, c 三數不可能成等差數列也不可能成等比數列

4. 有一長條型鏈子，其外型由邊長為 1 公分的正六邊形排列而成。下圖表示此鏈之任一段花紋，其中每個黑色六邊形與 6 個白色六邊形相鄰。若鏈子上有 35 個黑色六邊形，則此鏈子共有幾個白色六邊形？

- (1) 140
- (2) 142
- (3) 144
- (4) 146
- (5) 148



5. 下列 5 組資料 (每組各有 7 筆)：

$A : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

$B : 1, 1, 3, 4, 5, 7, 7$

$C : 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6$

$D : 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5$

$E : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$

試問哪一組資料的標準差最大

- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 6 題至第 9 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

6. 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，令首 n 項和為 S_n ，若 $S_{36} = 0$ ，且 $a_{100} < 0$ ，下列選項何者正確？

- (1) $a_{18} = 0$
- (2) $|a_{36}| = |a_1|$
- (3) $|a_{35}| < |a_3|$
- (4) $a_1 < a_2$
- (5) $a_{35} > a_{36}$

7. 某次考試，因成績太差而每人都加 10 分，則對兩次成績而言，下列統計資料何者不變？

- (1) 算術平均數
- (2) 中位數
- (3) 全距
- (4) 四分位距
- (5) 標準差

8. 高二某班有 40 位學生，某次數學考試，有 25 題選擇題，每題 4 分。改完後發現最高分 80 分，全班的算術平均數為 48 分，全距 64 分。後來老師決定改變計分方式，每格以 5 分計算，則下列選項何者正確？

- (1) 調分後的平均為 60 分
- (2) 調分後的全距為 80 分
- (3) 調分後每位學生的名次不變
- (4) 調分後的中位數不變
- (5) 調分後的標準差不變

9. 某次考試共考兩科，其中英文 (X) 的算術平均數 $\mu_x = 67$ 分，標準差 $\sigma_x = 8.2$ 分；數學 (Y) 的算術平均數 $\mu_y = 26$ 分，標準差 $\sigma_y = 5.1$ 分，因兩科的平均分數差異甚大，老師打算將兩科的成績都「標準化」，將該科成績減去其算術平均數後再除以其標準差，即 $X' = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$ ，且 $Y' = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y}$ ，並定義若某生該科的新成績如果大於或等於 2，則稱該生在此科方面為「資優生」。經此方法調整分數後，下列選項何者正確？

- (1) 若甲生的英文成績為 81 分，則其在英文方面為「資優生」
- (2) 若甲生的數學成績為 38 分，則其在數學方面為「資優生」
- (3) 兩科成績經標準化後，英文科新的算術平均數大於數學科新的算術平均數
- (4) 兩科成績經標準化後，英文科新的標準差大於數學科新的標準差
- (5) 若依照兩科成績的總分來排名次，則以原始分數所排的名次與經「標準化」後的新分數所排的名次相同

三、填充題（占 48 分）

說明：第 10 題至第 17 題，每題 6 分。

10. 數列 $\langle a_n \rangle$ 定義如下： a_n 表 113^n 的個位數字，則數列 $\langle a_n \rangle$ 首 2024 項的和為

10-1 10-2 10-3 10-4 10-5。

11. 若連續 13 個正整數的和恰等於一個質數 p 的立方，則此 13 個正整數中最小的數是

11-1 11-2 11-3。

12. 某數學家設計一個神奇的等比時鐘，啟動此等比時鐘後，過 1 小時等比時鐘會響一次，之後再過 2 小時等比時鐘再響一次，之後再過 2^2 小時等比時鐘再響一次，之後再過 2^3 小時等比時鐘再響一次 $\cdots$ ；依此等比規則，啟動此等比時鐘一年後，共響 12-1 12-2 次。（假設一年有 365 天）

13. 若一數列的首 n 項和 $S_n = n^3$ ，其中 n 為任意正整數，則此數列的第 10 項 $a_{10} =$ 13-1 13-2 13-3。

14. 一數列如下：1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, $\cdots$, 100, 100, 100, $\cdots$, 100 (共 100 個 100)，則此數列所有數的算術平均數為 14-1 14-2。

15. 有一組資料 X 的算術平均數為 μ_x ，標準差為 σ_x ，

已知資料 $Y = \frac{15(X - \mu_x)}{\sigma_x} + 60$ ，設 Y 的算術平均數為 μ_y ，

標準差為 σ_y ，則數對 $(\mu_y, \sigma_y) = (\text{15-1 15-2}, \text{15-3 15-4})$ 。

16. 在職棒比賽中「防禦率，簡稱 ERA 」是了解一個投手表現的重要統計數值。

其計算方式如下：若此投手共主投 n 局，其總責任失分為 E ，則其 ERA 值為

$\frac{E}{n} \times 9$ 。很顯然的， ERA 愈低表示投手愈傑出。有一位投手在之前的比賽中共

出場投了 84 局，且這 84 局中他的 ERA 值為 3.75。則此位投手至少必須再主

投 16-1 16-2 局都無責任失分，才可使其 ERA 值降到 3。

17. 鳳山高中高一第一次段考數學成績不太理想，多數同學成績偏低；考慮到可能是同學們適應不良所致，數學老師決定將每人的原始成績取平方根後再乘以 10 作為正式的成績。某班有 40 位同學，發現調整後的新成績之算術平均數為 60 分，標準差為 10 分。則全班 40 位同學未調整前的成績之算術平均數為 17-1 17-2。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 21 題組

設一數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，且對任意正整數 n ，恆有 $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2}$ ，試回答下列問題：

18. 求出 a_2 、 a_3 、 a_4 。(將答案化成最簡分數) (非選擇題，2 分)

19. 猜測 a_n 公式。(以 n 表示) (非選擇題，2 分)

20. 利用數學歸納法證明第 19 題中猜測的公式。(非選擇題，5 分)

21. 求 $\sum_{k=1}^{40} \frac{1}{a_k}$ 。(非選擇題，3 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1 2. 1 3. 5 4. 2 5. 5

6. 25 7. 345 8. 123 9. 25

10. 10120

11. 163

12. 13

13. 271

14. 67

15. (60, 15)

16. 21

17. 37

第貳部分：混合題

18. $a_2 = \frac{2}{5}$, $a_3 = \frac{1}{3}$, $a_4 = \frac{2}{7}$

19. $a_n = \frac{2}{n+3}$

20. 略

21. 470