

# 台北市師大附中 112 下高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 71 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 藍天 高中統計發現 110 年與 112 年學生人數分別為 768 人及 972 人，試問在這 2 年間學生人數的每年平均成長率為何？

(1) 12.5%

(2) 13%

(3) 13.5%

(4) 14%

(5) 14.5%

2. 師大附中 第四十一屆天韻獎《Neon Nocturne》獨唱組決賽入選 6 位參賽者，設  $A, B, C, D$  四位評審對 6 位參賽者的評分結果如表：

而  $r(A, B), r(A, C), r(A, D)$  分別表  $A$  與  $B, A$  與  $C, A$  與  $D$  的相關係數，則三者之大小關係為何？

|     |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | 2 | 8 | 4 | 6 | 6 | 2 |
| $B$ | 1 | 7 | 3 | 5 | 5 | 1 |
| $C$ | 1 | 4 | 2 | 3 | 3 | 1 |
| $D$ | 2 | 8 | 4 | 6 | 6 | 1 |

(1)  $r(A, B) > r(A, C) > r(A, D)$

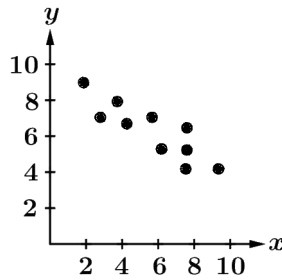
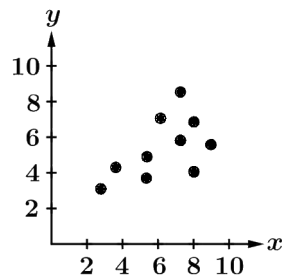
(2)  $r(A, B) > r(A, C) = r(A, D)$

(3)  $r(A, B) = r(A, C) > r(A, D)$

(4)  $r(A, B) = r(A, C) = r(A, D)$

(5)  $r(A, B) < r(A, C) < r(A, D)$

3. 下列散布圖中，已知圖一的  $X$  與  $Y$  的相關係數為  $a_1$ ， $Y$  對  $X$  的最適直線之斜率為  $b_1$ ，圖二的  $X$  與  $Y$  的相關係數  $a_2$ ， $Y$  對  $X$  的迴歸直線之斜率為  $b_2$ ，則下列哪一個選項正確？



圖一

圖二

- (1)  $|a_1| > |a_2|$  且  $b_1 < b_2$
- (2)  $|a_1| < |a_2|$  且  $b_1 > b_2$
- (3)  $|a_1| > |a_2|$  且  $b_1 > b_2$
- (4)  $|a_1| < |a_2|$  且  $b_1 < b_2$
- (5)  $|a_1| = |a_2|$  且  $b_1 > b_2$

4. 經濟學者分析某公司服務年資相近的員工之「年薪」與「就學年數」的資料，得到這樣的結論：『員工就學年數每增加一年，其年薪平均增加 8 萬 5 千元』。試問上述結論最可能由下列何者選項中的統計量推論出來？

- (1) 「年薪」之眾數與「就學年數」之眾數
- (2) 「年薪」之全距
- (3) 「年薪」之平均數與「就學年數」之平均數
- (4) 「年薪」與「就學年數」之相關係數
- (5) 「年薪」對「就學年數」之迴歸直線斜率

5. 數列  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \dots$ ，依此規則，若此數列的第 113 項可化為最簡分數  $\frac{a}{b}$ ，試問  $a + b = ?$

- (1) 20
- (2) 21
- (3) 22
- (4) 23
- (5) 24

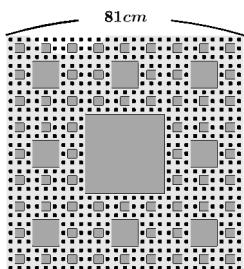
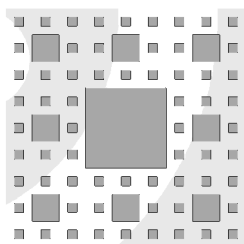
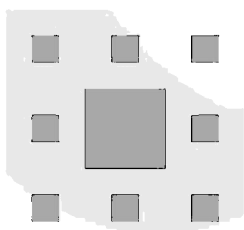
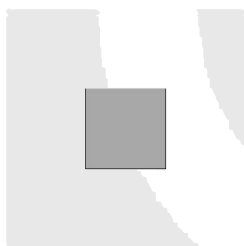
## 二、多選題（占 16 分）

說明：第 6 題至第 7 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

6. 已知資料  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$  的算術平均數為 10，標準差為 2，且資料  $Z: z_1, z_2, \dots, z_n$  為資料  $X$  的標準化分數，試問下列選項何者正確？

- (1)  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 10n$
- (2)  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 104n$
- (3)  $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0$
- (4)  $z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2 = n$
- (5) 若  $x_1 > -10$ ，則  $x_1 > z_1$  ( $z_1$  為  $x_1$  的標準化分數)

7. 謝爾賓斯基地毯的構造為將一個實心正方形劃分為  $3 \times 3$  的 9 個小正方形，將中間的小正方形塗綠，再對剩下的小正方形重複這一操作便能得到謝爾賓斯基地毯，如下圖(一)至圖(四)。假設  $a_n$  為圖中綠色正方形的個數，則  $a_1 = 1, a_2 = 9, a_3 = 73$ ，且圖中淺藍色地毯最外圍之邊長為 81 公分(如圖(四)所示)，則下列選項何者正確？



圖(一)

圖(二)

圖(三)

圖(四)

(1) 圖(四)中綠色正方形個數有 575 個

(2)  $a_n$  的遞迴關係式可為 
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 8a_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$$

(3)  $a_n$  的遞迴關係式可為 
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 8^{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

(4) 圖(三)的所有綠色正方形面積之總和為 1953 平方公分

(5) 圖(四)的所有綠色正方形面積之總和為 2562 平方公分

### 三、填充題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題 5 分。

8. 若已知某一資料之算術平均數為  $\mu_x$ ，標準差為  $\sigma_x$ ，又知資料  $x$  與  $y$  的相關係數為  $r(x, y) = 0.2$ ，則  $r(3x + 2, 6y + 1) =$ 【                      】。

9. 設  $a_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ，試求  $a_{100} =$ 【                      】。

10. 設四筆資料  $(x_i, y_i)$  為  $(3, 1)$ ， $(5, 3)$ ， $(3, 2)$ ， $(1, t)$ ，若其  $y$  對  $x$  的迴歸直線為  $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ ，則  $t =$ 【                      】。

11. 若數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \cdots + \sqrt{a_n} = n^2$ ，則  $a_1 + a_2 + \cdots + a_6 =$ 【                      】。

12. 藍天高中 舉辦校內數學競賽，有 20 位同學參加，初步計算成績，20 位同學的算術平均數為 41 分，標準差為 3 分，開會討論決定名次時，某甲因為攜帶手機違反規則，成績由 30 分改成 0 分，而乙同學改錯一題，成績由 25 改為 35 分。更正完後，試求新的標準差為【                      】分。

13. 一等比級數前  $n$  項和  $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} =$ ，使  $2 - S_n < 0.002$  的最小正整數  $n$  等於【                      】。

第貳部分：混合題（占 29 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 14 — 16 題組一

已知一數列  $\langle a_n \rangle$  的遞迴關係式為 
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ (n-1)a_n = na_{n-1} + 2, n \geq 2 \end{cases}$$

14. 求  $a_2$ ， $a_3$ ， $a_4$ 。（非選擇題，3 分）

15. 猜測  $a_n$  的一般式為？(單選題，4 分)

(1)  $5n - 3$

(2)  $4n - 2$

(3)  $2^{n-1} + 1$

(4)  $2^{n+1} - 2$

16. 請用數學歸納法證明你在第 15 題所選的答案是正確的。(非選擇題，8 分)

17 — 19 題組二

數學科的萬老師很好奇今年藍天高中學生的學測數學成績與自然成績是否呈線性相關，於是找了五位學測生調查他們今年的成績如下表所示。萬老師根據 5 筆資料算出自然成績 ( $y$ ) 對數學成績 ( $x$ ) 的最適直線方程式為  $y = 0.75x + 2$ ，但丁同學的自然成績不小心用墨水弄髒了。試根據上述條件回答下列問題：(已知  $\sqrt{5} \approx 2.2$ )

|          | 甲  | 乙  | 丙  | 丁  | 戊  |
|----------|----|----|----|----|----|
| X：數學(級分) | 9  | 12 | 13 | 11 | 15 |
| Y：自然(級分) | 10 | 10 | 12 |    | 14 |

17. 丁同學的自然成績為多少級分？(非選擇題，5 分)

18. 試根據上述資料判斷為萬老師調查的學測自然成績對數學成績的相關係數為  $r = ?$  (非選擇題，6 分)

19. 若萬老師發現只調查五筆資料不太夠，於是擴大調查了全校 800 位學測生，發現全校數學與自然成績的算術平均數分為 11 級分與 12 級分、標準差分別為 3 級分與 2 級分。若小明也是今年藍天高中的學測生，且他的數學與自然成績分別為 12 級分與 13 級分，試問小明相對於全校的學測生而言，數學與自然哪科的學測成績較好？(非選擇題，3 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1      2. 3      3. 2      4. 5      5. 4

6. 12345      7. 234

8. 0.2

9.  $\frac{101}{200}$

10. 2

11. 286

12.  $5\sqrt{3}$

13. 10

第貳部分：混合題

14.  $a_2 = 6$  ,  $a_3 = 10$  ,  $a_4 = 14$

15. 2

16. 略

17. 9

18. 0.825

19. 自然