

新竹市竹科實中 112 上高二第二次期中考

選擇或填充配分表：

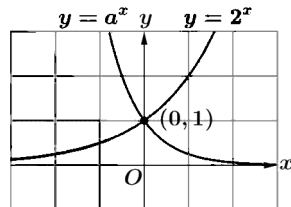
總題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	9	18	27	35	43	51	58	65	71	77	82	87	92

一、單選題

說明：第 1 題。

1. 設 $a > 0$ ，指數函數 $f(x) = a^x$ 的概圖如圖，試問 a 最有可能是下列哪一個數？

- (1) 3
- (2) $\frac{2}{3}$
- (3) $\frac{1}{10}$
- (4) $\frac{1}{4}$
- (5) $\frac{1}{2}$



二、多選題

說明：第 2 題至第 5 題。

2. 若函數 $f(x) = \log(3x - 1)$ ，請選出正確的選項。

(1) 函數 $f(x)$ 的圖形必過點 $(1, 0)$

(2) 函數 $f(x)$ 為嚴格遞增函數

(3) 函數 $f(x)$ 的圖形為凹口向上

(4) 將 $y = \log x$ 的圖形向右平移 $\frac{1}{3}$ 單位會得到函數 $f(x)$ 的圖形

(5) 直線 $3x - 1 = 0$ 為函數 $f(x)$ 圖形的漸近線

3. 設 a, b, c 為實數且滿足 $\log_3 a = 1.1$ 、 $\log_3 b = 2.2$ 、 $\log_3 c = 3.3$ 。試選出正確的選項。

(1) $a + c = 2b$

(2) $3 < a < 4$

(3) $30 < c < 40$

(4) $b = 2a$

(5) a, b, c 呈現指數成長

4. 已知 $a = 10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ， $b = a^{\sqrt{2}}$ ，則下列哪些選項為正確？

(已知 $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\log 3 \approx 0.4771$)

(1) $a > 1$

(2) $a < \sqrt{3}$

(3) $a^2 < b^{\sqrt{3}}$

(4) $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$

(5) $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$

5. 在下列方程式中，請選出恰有一個實數解 x 的選項。

(1) $(2^x)^2 = 4$

(2) $\log_2 x^2 = 2$

(3) $2^{-|x|} + x = 0$

(4) $\log_2 \frac{1}{x} = |x|$

(5) $\log_2 x = 2^x$

三、填充題

說明：第 6 題至第 13 題。

6. 試化簡： $(\log_3 2 + \log_9 8) \left(\log_4 27 + \log_2 \frac{1}{3} \right)$ 之值為【 】。

7. 設 $a = \log \left(1 + \frac{1}{7} \right)$, $b = \log \left(1 + \frac{1}{49} \right)$ ，則請用 a, b 表示 $\log 2 =$ 【 】。

8. 設 $10^3 \leq x \leq 10^6$ ，試求 $f(x) = x^{(\log x)+2}$ 的最小值 10^a ，最大值 10^b ，
則數對 $(a, b) =$ 【 】。

9. 已知函數 $f(x) = \log_2 [\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x)]$ ，若函數的定義域是使 $f(x)$ 有意義的實數 x ，

試求 x 的範圍【 】。

10. 已知 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ ，試求： $\frac{1}{\log_{2^2} 50!} + \frac{1}{\log_{3^2} 50!} + \frac{1}{\log_{4^2} 50!} + \cdots + \frac{1}{\log_{50^2} 50!} =$ 【 】。

11. 設指數函數 $y = a^x$ 的圖形上有三點 $(p, q), (r, s), (u, v)$ ，已知 $r - p = 2$ ，

$u - r = 3$ ，且 $s = 9q$ ，試求： $\frac{v}{s}$ 之值為【 】。

12. 已知可將 $\left(\frac{3}{5} \right)^{100}$ 表示成科學記號為 $b \times 10^n$ ，其中 $1 \leq b < 10$ ， n 為整數。若 b 的

整數部分為 a ，且 $\left(\frac{25}{13} \right)^{100}$ 在小數點後第 k 位數字開始不為 0，則數對 $(a, k) =$

【 】。(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$)

13. 已知二個培養皿中分別有 A 菌及 B 菌兩種細菌，其中 A 細菌的培養皿中營養充足，每兩天增加為原來的兩倍，而 B 細菌的培養皿中不給予任何養份，所以 B 細菌的半衰期(數量減為一半)為 x 天。假設一開始 A 細菌及 B 細菌的數量相同，且當經過 12 天時，量測得 A 細菌的數量是 B 細菌數量的 1024 倍，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、計算證明題

說明：第 14 題至第 15 題。

14. 請證明「換底公式」：設 $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, r > 0$ ，

$$\text{則 } \log_a r = \frac{\log_b r}{\log_b a} \text{。 (7 分)}$$

15. 測量聲音大小的分貝 (dB) 與聲音強度 (I) 有下列關係式：

$$d(I) = 10 \times \log \frac{I}{I_0},$$

其中 $I_0 = 10^{-12}$ (瓦特/平方公尺) 為人類能聽到的最低聲音強度，並且假設一般人的交談音量為 60 分貝。請判斷下列選項為正確或錯誤，並且說明理由，未說明理由者不予給分：(每個選項答對得 3 分，共計 15 分)

- (1) 分貝增加 10 時，聲音強度增加為原來的 10 倍
 - (2) 分貝增加 100 時，聲音強度增加為原來的 100 倍
 - (3) 處於聲音強度 $I = 2 \times 10^{-5}$ (瓦特/平方公尺) 的立人高中教室，其聲音介於 75 到 80 分貝
 - (4) 跨年演唱會中測得聲音約為 120 分貝，此跨年演唱會聲音強度是一般人交談聲音強度的 10^6 倍
 - (5) 當 100 個人同時以一般人的交談音量發聲時，被測得的聲音約為 100 分貝
- (設 n 個人的聲音強度是一個人的 n 倍)
- (已知 $\log 2 \approx 0.3010$)

參考答案

1. 4

2. 25

3. 235

4. 135

5. 134

6. $\frac{5}{4}$

7. $\frac{2a-b+2}{7}$

8. (15, 48)

9. $0 < x < \frac{1}{2}$

10. 2

11. 27

12. (6, 23)

13. 3

14. 略

15. 15 正確