

高雄市高雄中學 112 上高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 92 分）

一、多選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 + 18x^2 + 27x + k$ ，若 $f(x)$ 可表示為 $3(x+p)^3 + b(x+p) - 5$ ，試選出正確的選項。

- (1) $k = 1$
- (2) $y = f(x)$ 之圖形的對稱中心為 $(2, -5)$
- (3) $p = -2$
- (4) $f(-1) = -10$
- (5) $y = f(x)$ 之圖形在 $x = -p$ 附近的一次近似為 $y = -9x - 23$

2. 請問下列哪些選項是正確的？

- (1) 不等式 $(x^3 + 1)(x + 1)(x + 3) \leq 0$ 的解與不等式 $x + 3 \leq 0$ 的解相同
- (2) 若 $x > 1$ ，則 $(1 - x)(4 + x) < 0$
- (3) 不等式 $\frac{x-1}{x^2+1} < 1$ 的解與不等式 $(x-1)(x^2+1) < 1$ 的解相同
- (4) 不等式 $\frac{x-1}{x^2-1} < x$ 的解與不等式 $1 < x(x+1)$ 的解相同
- (5) 若不等式 $f(x) < 0$ 的解為 $0 < x < 2$ ，則 $f(2x+4) > 0$ 的解為 $x < -2$ 或 $x > -1$

3. 已知函數 $y = f(x) = |x^2 - 4x - 1|$ 與 $y = g(x) = k$ ， $k \in \mathbb{R}$ ，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 圖形對稱於 y 軸
- (2) $0 < k < 5$ 時，函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在坐標平面上有 4 個交點
- (3) $k = 5$ 時，函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在坐標平面上有 3 個交點
- (4) 若函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在坐標平面上恰有 2 個交點，則 $k > 5$
- (5) 對於所有實數 x ， $f(x) > 0$ 恆成立

二、填充題（占 74 分）

說明：第 4 題至第 13 題。										
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	38	46	54	60	66	70	74

4. 已知 $A(5, k)$ 、 $B(4, k)$ ，且直線 $L: 3x - 2y = 1$ 與 $\overline{AB}$ 相交，求 k 之範圍為【 】。

5. 已知二次函數 $y = f(x)$ 滿足 $f(2) = 16$ 、 $f(-1) = f(7) = 1$ ，則此二次函數的頂點坐標為【 】。

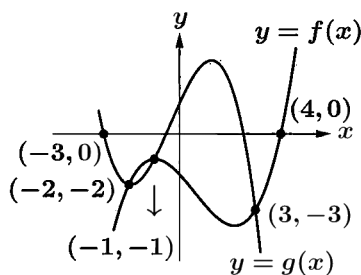
6. 設多項式 $f(x)$ 除以 $(x^2 + 2x + 3)^2$ 餘式為 $x^3 + x^2 + 4x + 3$ ，除以 $x - 5$ 餘式為 59，求： $f(x)$ 除以 $(x^2 + 2x + 3)(x - 5)$ 之餘式為【 】。（請以一般式表示）

7. 求二元一次聯立不等式 $\begin{cases} 2|x - 2| + y - 5 \leq 0 \\ x \leq y \end{cases}$ 之解區域圖形的面積為【 】。

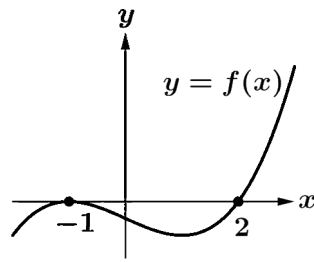
8. 設 $f(x) = (5x + 1)^5 - 4(5x + 1)^4 - 72(5x + 1)^3 - 56(5x + 1)^2 + 15(5x + 1) + 10$ ，求 $5x - 4$ 除 $f(x - 1)$ 的餘式為【 】。

9. 設 $A(-5, 8)$ 、 $B(11, -3)$ ，在直線 $2x - 5y = 8$ 上找一點 $Q(a, b)$ 使 $|\overline{QA} - \overline{QB}|$ 有最大值 M ，則 $M =$ 【 】。

10. 如圖為兩個三次多項式 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 的圖形，試求不等式 $(f(x) - g(x)) \times f(x) < 0$ 的解為【 】。



11. 已知實係數多項式函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形與 x 軸恰交於 $(-1, 0)$ 、 $(2, 0)$ 兩點，如右圖。求 $-8ax^3 + 4bx^2 - 2cx + d > 0$ 的解為【 】。



12. 設 a 為正整數，若多項式 $f(x) = x^4 - ax^3 - 9x^2 - 11ax - 4$ 有整係數一次因式，求 $f(x) = 0$ 的解為【 】。

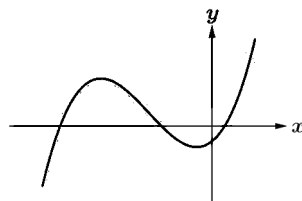
13. 若 $f(x) = 81x^4 + 9x^2 + 21x + 6$ ，設 $f\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}\right) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，則 $(a, b, c, d) =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 8 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

已知三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 圖形如圖所示，回答下列問題。



14. 試判斷 a 、 b 、 d 之正負，填入 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 。

(1) a 【 】 0 (2) b 【 】 0 (3) d 【 】 0（填充題，每格 1 分）

15. 若在對稱中心附近的局部近似函數為 $y = px + e$ ，求 $y = bx^2 + px + e + d$ 的頂點會在第幾象限。（非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 15 2. 2 3. 23

4. $\frac{11}{2} \leq k \leq 7$

5. (3, 17)

6. $x^2 + 5x + 9$

7. 6

8. 10

9. $\sqrt{145}$

10. $-2 < x < -1$ 或 $3 < x < 4$

11. $x < -1$

12. $x = -1$ 或 $x = 4$

13. (8, 25, 43, 40)

第貳部分：混合題

14. (1) $>$; (2) $>$; (3) $<$

15. 第四象限