

市立臺中一中 112 學年度第二學期第一次期中考 高三數學乙 試題

請將答案填入第二頁的答案欄，否則不予計分。

一、多重選擇題：共 40 分。

(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1. 下列哪一個選項正確？

(1) $i + \frac{1}{i} = 0$ (2) $i^2 + \frac{1}{i^2} = 0$ (3) $i^3 + \frac{1}{i^3} = 0$

(4) $i^4 + \frac{1}{i^4} = 0$ (5) $i^2 + i^3 + i^4 + \cdots + i^{2024} = 0$ 。

2. 設 $f(x)$ 為四次實係數多項式。已知 $f(x)$ 的一些對應值如下表所示，有關方程式

$f(x) = 0$ 的四根，選出所有正確的選項。

x	0	1	2	3
$f(x)$	-2	1	-1	-3

- (1) 四虛根 (2) 一實根三虛根 (3) 兩實根兩虛根
(4) 三實根一虛根 (5) 四實根。

3. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且已知 $f(1) > 0$ 、 $f(2) < 0$ 、 $f(3) > 0$ 。

令 $g(x) = f(x) + (x-2)(x-3)$ ，請選出正確的選項。(多選題)

- (1) $y = f(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
(2) $y = g(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
(3) $g(1) > f(1)$
(4) $g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一個實根
(5) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最大實根，則 $g(\alpha) > 0$ 。

4. 已知 $i+2$ 為三次實係數方程式 $f(x) = 0$ 的一個根。下列哪些選項正確？

- (1) $f(i-2) = 0$ (2) $f(3+i) \neq 0$ (3) 沒有實數 x 滿足 $f(x) = 3x$
(4) 沒有實數 x 滿足 $f(x) = x^3$ (5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(-2) < 0$ ，則 $f(-4) < 0$ 。

5. 三次實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(-3) > 0$ ， $f(-2) < 0$ ， $f(-1) > 0$ ， $f(1) > 0$ ，

$f(2) = 0$ 。請選出正確的選項。

- (1) $f(0) < 0$
(2) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -3 與 -2 之間
(3) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -2 與 0 之間
(4) $f(x) = 0$ 在 0 與 1 之間有根
(5) $f(x) = 0$ 在 -3 與 3 之間恰有三個根。

二、填充題：共 60 分。(每格 5 分)

6. 設複數 z 滿足 $|z| + z = 8 - 4i$ ，求 $z =$ _____。

7. 已知實數 a ， b 滿足 $\frac{-4+3i}{a+bi} = 2+i$ ，求 $a^2 + b^2 =$ _____。

8. 已知 $2+i$ 為實係數方程式 $x^3 - 2x^2 + ax + b = 0$ 的一個根。

- (1) 求 $|a| + |b| =$ _____。 (2) 求方程式的實根為 _____。

9. 已知實係數二次方程式 $x^2 + x + k = 0$ 的兩根 α ， β 都不是實數，且 $\frac{1}{\alpha}$ ， $\frac{1}{\beta}$ 也是此方程式的兩根，求 k 的值為_____。
10. 已知實係數方程式 $x^2 + x + k = 0$ 的一根為另一根的 3 倍，求 k 的值為_____。
11. 若 $f(x) = 3x^2 + 9x + k$ 的圖形交 x 軸於 A ， B 兩點，且 $\overline{AB} = 1$ ，求實數 k 的值為_____。
12. 設 k 為整數，若 $(k+3)x^2 - 4x + k = 0$ 有兩實根，則 k 的個數有_____個。
13. 已知 α ， β 為方程式 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的兩根，求下列各式的值。
 (1) $\alpha^2 + \beta^2 =$ _____。 (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ _____。
14. 設 a 為實數，令 α 、 β 為二次方程式 $x^2 + ax + (a-2) = 0$ 的兩個根。
 試問 $|\alpha - \beta|$ 有最小值為_____。
15. 設 a 為正整數，已知 $y = x^3 + x^2$ 與 $y = x^2 + 12x + a$ 的圖形有三個交點，求 a 的個數。

答案欄

班級：_____

座號：_____

姓名：_____

一、多選題：(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1	2	3	4	5

二、填充題：(每格 5 分)

6	7	8(1)	8(2)
9	10	11	12
13(1)	13(2)	14	15

市立臺中一中 112 學年度第二學期第一次期中考 高三數學乙 答案

答案欄 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1	2	3	4	5
(1)(3)	(3) (5)	(3)(4)	(2) (5)	(2)(3)(5)

二、填充題：(每格 5 分)

6	7	8(1)	8(2)
$3-4i$	5	13	-2
9	10	11	12
1	$\frac{3}{16}$	6	5
13(1)	13(2)	14	15
7	-3	2	15