

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期高二數學(A)第一次期中考試題 P.1

一、多重選擇題 (40 分)

說明：第 1 至 4 題為多選題，每題各有五個選項，其中至少有一個選項是正確的。每題 10 分，各選項 2 分，採獨立計分，整題未作答者得 0 分。

1. 空間坐標中， O 為原點， $A(1,2,3)$ ， $B(2,-1,3)$ ， $C(-3,2,-6)$ ，試選出正確的選項。

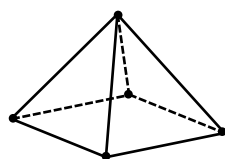
- (1) $\triangle ABC$ 的重心在 yz 平面上。
- (2) B 到 x 軸的距離與 C 到 y 軸的距離相同。
- (3) 直線 $\overline{AB}$ 與 xy 平面平行。
- (4) 直線 $\overline{AB}$ 與 z 軸相交。
- (5) 由 C 出發，沿著向量 $(1,1,1)$ 方向前進，會碰到 xy 平面。

2. 在空間中，設 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ，且 $\vec{a} \times \vec{b} = (3, 4, 5)$ ，試選出正確的選項。

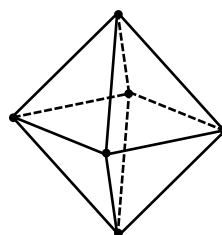
- (1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- (2) $3a_1 + 4a_2 + 5a_3 = 0$
- (3) $3 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 0$
- (4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$
- (5) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$

3. 下列哪些選項的物體，能夠整體被放入棱長為 1 單位的正方體容器(容器壁厚度忽略不計)內？

- (1) 直徑為 0.99 單位的球體。
- (2) 棱長均為 0.99 單位的金字塔。(底面為正方形，側面均為全等正三角形的四角錐。)
- (3) 棱長均為 1.5 單位的正四面體。
- (4) 棱長均為 0.7 單位的正八面體。(由 6 個頂點與 8 個全等正三角形構成的多面體。)
- (5) 直徑為 0.01 單位、高為 1.8 單位的直圓柱體。



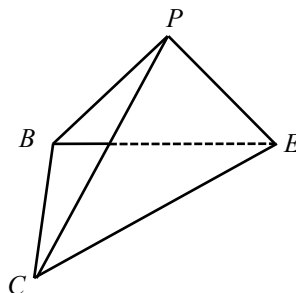
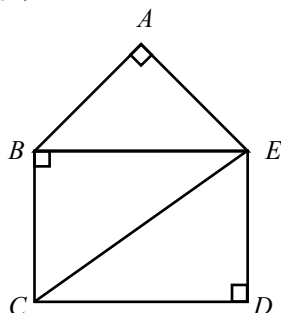
金字塔



正八面體

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期高二數學(A)第一次期中考試題 P.2

4. 有一五邊形鐵片 $ABCDE$ ，已知 $\angle A = \angle EBC = \angle D = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = \overline{AE} = 1$ ，今沿著 $\overline{BE}$ 和 $\overline{CE}$ 將鐵片摺成立體圖形，使得 $\overline{AE}$ 和 $\overline{DE}$ 重合， A 、 D 兩點重合於 P 點，如下圖所示。



關於立體圖形的敘述，下列選項哪些正確？

- (1) 設 O 為 $\overline{CE}$ 的中點，平面 PCE 與平面 BCE 的銳夾角為 $\angle POB$ 。
- (2) $\overline{PE} \perp$ 平面 PBC 。
- (3) 平面 PBE 與平面 PCE 的銳夾角為 30 度。
- (4) $\overline{BC} \perp$ 平面 PBE 。
- (5) 平面 $BCE \perp$ 平面 PBE 。

二、填充題 (60 分)

說明：第 A 至 G 題為填充題，共 10 格。

- A. 已知空間向量 $\overrightarrow{OA} = (2, 3, -6)$ ， $\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC} = (3, -4, 1)$ ，則四面體 $O-ABC$ 體積為_____。

- B. 空間坐標中， O 為原點，點 P 在第一卦限，且 P 到三個坐標平面的距離均相同，設直線 $\overrightarrow{OP}$ 與 x 軸之銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ _____。

- C. 已知空間向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 滿足 $|\overrightarrow{a}| = 4$ ， $|\overrightarrow{b}| = 5$ ， $|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}| = 16$ ，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$ _____。(有兩解)

D. 函數 $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + (3x - 4y - 14)^2$ 發生最小值時，數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

E. 已知三角錐 $O-ABC$ 的體積為 40，

$\overline{OA}$ 上的點 P 滿足 $\overline{OP} = 2\overline{PA}$ ，

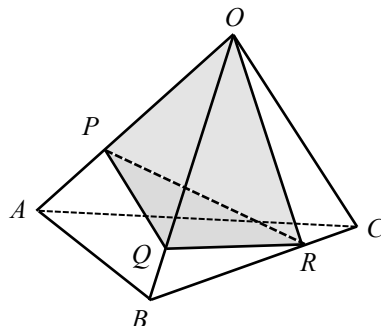
$\overline{OB}$ 上的點 Q 滿足 $\overline{OQ} = 4\overline{QB}$ ，

$\overline{BC}$ 上的點 R 滿足 $\overline{BR} = 3\overline{RC}$ ，

試問：

(1) 若 $\overrightarrow{OR} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC}$ ，則序對 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

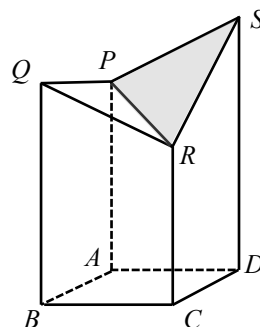
(2) 三角錐 $O-PQR$ 的體積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



F. 有一個由長方體經雕刻而成的藝術品，如下圖所示，底面 $ABCD$ 為一矩形， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{DS}$ 均與底面垂直，且 $\overline{AP} = 6$ ， $\overline{BQ} = 7$ ， $\overline{CR} = 5$ ， $\overline{DS} = 8$ ，則

(1) 線段 $\overline{QS}$ 長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\triangle PRS$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

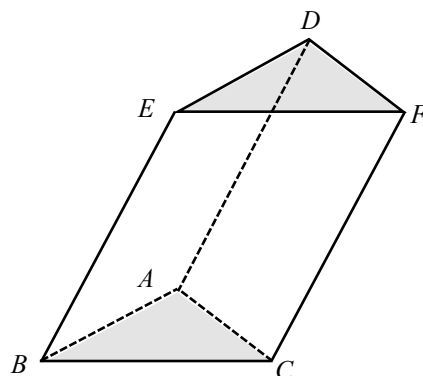


G. 如圖所示，斜三角柱 $ABC-DEF$ ， $\overline{AE} \perp$ 平面 ABC ， $\angle BAC = 90^\circ$ 。

今設定坐標系， $A(0, 0, 0)$ ， $B(4, 1, -2)$ ， $C(1, 2, 3)$ ， $E(a, b, c)$ ， $c > 0$ 且 $\overline{AE} = 2\sqrt{6}$ ，則

(1) E 點在直線 $\overline{BC}$ 上的投影點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) F 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題（每題 10 分，共 40 分）

1.	2.	3.	4.

二、填充題（依下表答題格數配分，共 60 分）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	28	36	42	48	52	56	58	60

A.	B.	C.	D.
E.(1)	E.(2)	F.(1)	F.(2)
G.(1)	G.(2)		

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題（每題 10 分，共 40 分）

1.	2.	3.	4.
135	235	124	245

二、填充題（依下表答題格數配分，共 60 分）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	28	36	42	48	52	56	58	60

A. 2	B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$	C. ± 12 (可半對)	D. (3, -1) (可半對)
E.(1) $(0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	E.(2) 16	F.(1) $\sqrt{26}$	F.(2) 9
G.(1) $(\frac{11}{5}, \frac{8}{5}, 1)$	G.(2) (-1, -3, 7)		