

* 考生請注意，若未完整、正確填寫劃記班級、座號、姓名者，扣 10 分。

* 本試卷中，請以下列數值進行估計： $\log 2 \cong 0.3010$ 、 $\log 3 \cong 0.4771$ 、 $\log 7 \cong 0.8451$ 。

一、單選題（30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

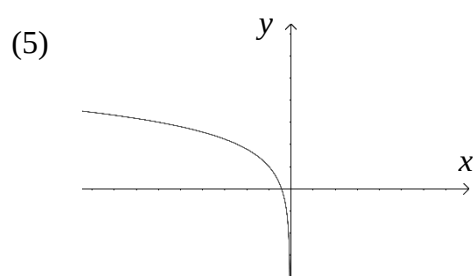
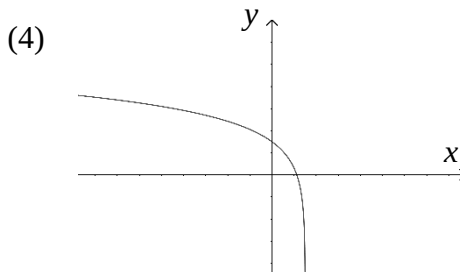
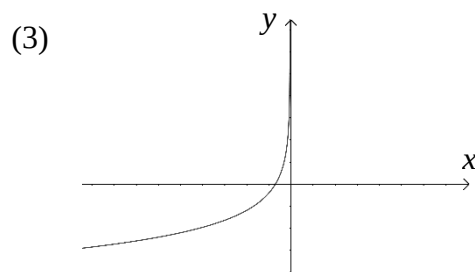
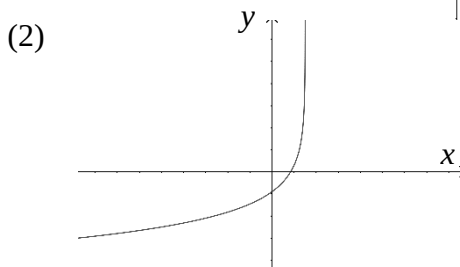
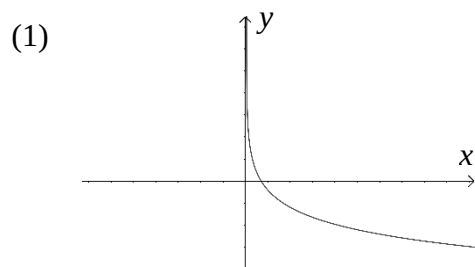
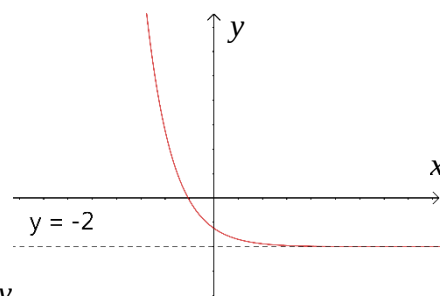
1. 已知三實數 a, b, c 分別為 $a = \sqrt{0.09}$, $b = 243^{-0.6}$, $c = (0.027)^{0.3}$ ，試選出正確選項。

- (1) $a < b < c$ (2) $b < a < c$ (3) $c < a < b$
 (4) $a < c < b$ (5) $b < c < a$ 。

2. 若 A, B, C, D, E, F 為 $f(x) = (0.7)^x - 2$ 的圖形上六個點，且此六點的 x 坐標依序為 0.3, 0.7, 1.1, 1.5, 1.9, 2.3，請問下列哪個線段長度最長？

- (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{BC}$ (3) $\overline{CD}$
 (4) $\overline{DE}$ (5) $\overline{EF}$

3. 已知 $y = a^{x+0.301} + b$ 的圖形如右，其中 $y = -2$ 為其漸近線，則 $y = \log_a(bx) + 0.301$ 的圖形最可能為下列何者？



4. 若 $a = (\log_8 2)^{\log_9 4}$ ，則 a 最接近哪個選項？
 (1) 0.3 (2) 0.5 (3) 1.2 (4) 2 (5) 3
5. 已知 $n \neq 1$ ，試求滿足不等式 $\frac{-1}{3} \leq \log_{\frac{1}{n}} 3 \leq \frac{-1}{5}$ 之正整數 n 共有多少個？
 (1) 3 (2) 6 (3) 19 (4) 163 (5) 217

二、多選題（16 分）

說明：第 6 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯大(等)於 3 個選項者，該題以零分計算。

6. 若 $a > 0, x \in \mathbb{R}$ ，設 $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ ，已知 $(\frac{1}{2}, \frac{5}{3})$ 在 $y = f(x)$ 的函數圖形上，則下列哪些點也在其函數圖形上？
 (1) (0,1) (2) $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{3})$ (3) $(-\frac{1}{4}, \frac{4\sqrt{3}}{3})$
 (4) $(-1, \frac{82}{9})$ (5) $(\frac{3}{2}, \frac{365}{27})$
7. 請選出以下選項中敘述正確者。
 (1) $\log_{(-2)}(-8) = 3$
 (2) 對所有不等於 1 的非零實數 x ，皆有 $\log_{|x|} x^2 = 2$ 。
 (3) $\frac{\log 81}{\log 27} > \frac{\log 243}{\log 81}$
 (4) 已知 $a > 0, a \neq 1$ 。若函數 $f(x) = a^x$ 與 $y = \frac{1}{5}x$ 的圖形有交點，則函數 $g(x) = \log_a x$ 與 $y = 5x$ 的圖形必有交點。
 (5) 已知 $0 < a < 1$ ，則函數 $f(x) = a^x$ 與 $g(x) = \log_a x$ 的圖形可能恰有 2 個交點。

三、選填題（54 分）

說明：第 A 題至第 I 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑧ ~ ⑩)。每格完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知 a, b, c 皆為非負整數，若 $\frac{a}{\log_6 5400} + \frac{b}{\log_{10} 5400} + \frac{c}{\log_{15} 5400} = 1$ ，則 $a + b + c =$ ⑧。

- B. 將函數 $y = 5^x$ 的圖形向左平移 2 單位，再向上平移 5 單位後，再對 y 軸做對稱，最後得到的是函數 $y = a + b \cdot 5^{-x}$ 的圖形，則數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{9}}, \underline{\textcircled{10} \textcircled{11}})$ 。
- C. 欲使 $\left(\frac{4}{9}\right)^n$ 化為純小數後，其小數點後第 40 位始不為 0，則所有可能的整數 n 值總和為 $\underline{\textcircled{12} \textcircled{13} \textcircled{14}}$ 。
- D. 已知 a 為不等於 1 的正數，且直線 $x + y = k$ 分別和 $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 交於點 $A(2, p)$ 與點 $B(5, q)$ ，則 $k + a^{-2} = \underline{\textcircled{15} \textcircled{16}}$ 。
- E. 若不等式 $f(x) = a \cdot 25^x + b \cdot 5^x + c \geq 0$ 的解為 $0 \leq x \leq 1$ ，求滿足不等式 $g(x) = a \cdot 25^x + b \cdot 5^x - 104c \leq 0$ 的解中，最小的正整數為 $\underline{\textcircled{17}}$ 。
- F. 方程式 $\log_9 |3x| - 4x = \log_9 |5x| - \log_3 \sqrt{135}$ 的解 $x = \underline{\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}}$ 。
- G. 已知 $x = \log_5 k$ 滿足 $9^{x+1} = 5^{x^2-1}$ ，則所有滿足此式之 k 值中，最大者減去最小者得 $\underline{\frac{\textcircled{20} \textcircled{21} \textcircled{22}}{\textcircled{23}}}$ 。
- H. 已知 n 為正整數，且 $\log(\log_2 n)$ 的整數部分為 2；若 n 之最大值為 a ，且 a 的個位數字為 x ， a 的位數為 y ，則數對 $(x, y) = (\underline{\textcircled{24}}, \underline{\textcircled{25} \textcircled{26} \textcircled{27}})$ 。
- I. 若 x 為非零實數，則 $\log_{\frac{8}{27}} \sqrt[3]{x^2 + 1} + \log_{(x^2+1)} \frac{2}{3}$ 的最大值為 $\underline{\frac{\textcircled{28} \textcircled{29}}{\textcircled{30}}}$ 。

試題結束

市立臺中一中 112 學年度第 1 學期第 2 次期中考 高二數學 A 簡答

一、單選題

1. (2) 2. (1) 3. (3) 4. (2) 5. (5)

二、多選題

6. (1)(2)(5) 7. (3)(4)

三、選填題

A. 4

B. (5,25)

C. 336

D. 12

E. 3

F. $1/2$

G. $224/5$

H. (5,302)

I. $-2/3$