

台中市文華高中 112 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 20 分）

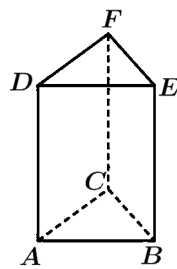
說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 給定相異兩點 A 、 B ，試問空間中能使 $\overline{PA} : \overline{PB} : \overline{AB} = 2 : 3 : 4$ 的所有點 P 所成集合為下列哪一選項？

- (1) 一線段
- (2) 一點
- (3) 一直線
- (4) 一圓
- (5) 一平面

2. 如圖，考慮三角柱的 9 個稜邊所在之稜線，有多少條會與直線 $\overleftrightarrow{CD}$ 歪斜？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6



3. 設 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 為空間中兩個不平行的非零向量，且令 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ 。若滿足 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ ，

$1 \leq y \leq 3$ ，則所有 P 點所形成區域的面積，是 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 決定的平行四邊形面積的幾倍？

(1) 3

(2) $\frac{3}{2}$

(3) 4

(4) $\frac{5}{2}$

(5) 5

4. 如圖是一個正立方體盒子的展開圖，將它組成正立方體後，試問向量外積 $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AG}$ 與下列哪個向量方向相同？

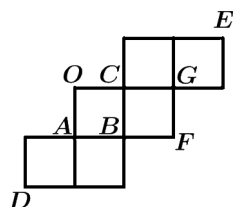
(1) $\overrightarrow{AE}$

(2) $\overrightarrow{AD}$

(3) $\overrightarrow{OE}$

(4) $\overrightarrow{OF}$

(5) $\overrightarrow{FC}$



二、多選題（占 30 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

5. 已知坐標空間一點 $P(1, 5, -4)$ ，下列有關空間的敘述哪些正確？

- (1) P 點在 y 軸的投影點為 $(1, 0, -4)$
- (2) P 點在 xz 平面的投影點為 $(1, 0, -4)$
- (3) P 點關於 z 軸的對稱點為 $(1, 5, 4)$
- (4) P 點關於 yz 平面的對稱點為 $(-1, 5, -4)$
- (5) P 點到 y 軸的距離為 $\sqrt{17}$

6. 下列關於空間中的點、直線和平面關係的描述，有哪些選項的敘述為真？

- (1) 通過平面 E 外的一定點 A 的所有直線中，恰有一條直線與平面 E 垂直
- (2) 空間中一直線 L ，若 P 點在 L 上，則過 P 點且與 L 垂直的所有直線皆落在同一平面上
- (3) 平面 E 上有兩條相異直線 $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ ，若直線 L 同時與直線 $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ 垂直，則直線 L 垂直平面 E
- (4) 平面 E 和平面 F 互相垂直，若 L_1 、 L_2 分別為平面 E 、 F 上的兩相異直線，則 $L_1 \perp L_2$
- (5) 若 L_1 、 L_2 相互歪斜，且點 P 不在 L_1 、 L_2 上，則存在 A 點和 B 點，分別在 L_1 、 L_2 上，使得 P, A, B 三點共線

7. $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ 為空間中三個相異非零向量，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$ ，則 $\vec{v} // \vec{w}$
- (2) 若 $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times \vec{w}$ ，則 $\vec{v} // \vec{w}$
- (3) $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + 3\vec{v}) = 0$
- (4) 若 $\sqrt{|\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2} = 0$ ，則 $\vec{u} // \vec{v}$
- (5) 若 $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w} = 0$ ，則 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ 共平面

8. 如圖所示，考慮長方體的石塊上某一頂點 A 及包含點 A 的一平面，令這個面的各邊中點分別為 B, E, F, D 。此長方體上包含點 B 的另一個面，令其各邊中點分別為 B, C, H, G 。已知 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{BD} = \overline{DC} = 5$ 。現將此石塊截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點。根據上述，下列何者正確？

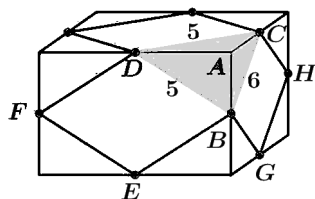
(1) $\triangle BCD$ 的面積為 12

(2) $\overline{AD} = \sqrt{7}$

(3) 四面體 $ABCD$ 的體積為 $6\sqrt{7}$

(4) A 點到平面 BCD 的距離為 $\frac{3\sqrt{7}}{4}$

(5) 四面體 $ABCD$ 中，若半平面 ABC 和半平面 BCD 的兩面角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{3}{4}$



9. 已知坐標空間中三點 $A(-1, 3, 2)$ ， $B(1, 1, 3)$ ， $C(5, 5, -1)$ ，

又 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ， $t \in \mathbb{R}$ ，則下列敘述何者正確？

(1) $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 的夾角為鈍角

(2) $\triangle ABC$ 的面積為 $4\sqrt{26}$

(3) 若 $-1 \leq t \leq 2$ ，則 P 點所形成的圖形為一線段，且此線段長度為 21

(4) 若 $\overline{AP}$ 達到最小值，則此時 $t > 0$

(5) 若 $\overrightarrow{AP}$ 平分 $\angle BAC$ ，則 $t = \frac{3}{7}$

三、填充題（占 40 分）

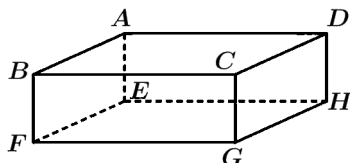
說明：第 10 題至第 17 題，每格 5 分。

10. 設 $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ， $\vec{v} = (1, 3, 2)$ ，若 $\vec{n} \perp \vec{u}$ ， $\vec{n} \perp \vec{v}$ ，且 $\vec{n} = (a, 2, b)$ ，則數對

$(a, b) = (\underline{10-1}, \underline{10-2}, \underline{10-3}, \underline{10-4})$ 。

11. 已知坐標空間中 $\triangle ABC$ ， $A(1, 2, 3)$ ， $B(3, 10, 3)$ ， $C(3, 4, 6)$ ，若 $\angle A$ 之角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，則 D 點坐標為 $(\underline{11-1}, \underline{11-2}, \underline{11-3})$ 。

12. 如圖是一個長方體 $ABCD - EFGH$ ，其中 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{AE} = 5$ ，試求 D 點到 $\overline{EG}$ 的距離為 $\underline{12-1} \underline{12-2}$ 。



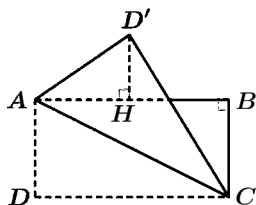
13. 設 $\vec{u} = (-2, 1, 1)$ ， $\vec{v} = (x, 1, -2)$ ，若 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 之夾角為 60° ，則 $x = \frac{\underline{13-1} \underline{13-2} \underline{13-3}}{\underline{13-4}}$ 。

14. 已知 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ 三向量所張平行六面體體積為 46，則 $\vec{u} + 3\vec{v}$ ， $\vec{v}$ ， $11\vec{w}$ 三向量所張平行六面體體積為 $\underline{14-1} \underline{14-2} \underline{14-3} \underline{14-4}$ 。

15. 設 x ， y ， z 為實數，若 $2x - y + z = 19$ ，則 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2$ 之最小值為 $\underline{15-1} \underline{15-2}$ 。

16. 有一矩形紙板 $ABCD$ ，沿 $\overline{AC}$ 往上摺至 ACD' 位置，由 D' 作平面 ABC 之垂線 $\overline{D'H}$ ，其垂足 H 恰好在 $\overline{AB}$ 邊上，如圖所示。若 $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ， $\overline{BC} = 1$ ，半平面 ABD 和半平面 ACD' 所夾兩面角為 θ ，試

求 $\cos \theta = \frac{\sqrt{\underline{16-1}}}{\underline{16-2}}$ 。



17. 已知空間向量 $\vec{u}$ 為另外兩個空間向量 $\vec{v}, \vec{w}$ 的線性組合，若 $\vec{v} = (2, 2, 1), \vec{w} = (1, -2, 2)$ ，且 $\vec{u}$ 在 $\vec{v}$ 的正射影長比原長少 1，而在 $\vec{w}$ 方向的正射影長比原長少 2。若 $\vec{u}$ 與兩向量 $\vec{v}, \vec{w}$ 的夾角皆為銳角，則 $\vec{u}$ 在向量 $(-3, 6, 2)$ 方向的正射影長為 $\frac{\textcircled{17-1}}{\textcircled{17-2} \textcircled{17-3}}$ 。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 20 題組

空間中有一個四面體 $A - BCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 12, \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DB} = 6$ ，且 P, Q 分別在 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 上，若 $\overline{PA} : \overline{PB} = 1 : 1, \overline{QC} : \overline{QD} = 2 : 1$ ，則

18. 若 $\overrightarrow{PQ} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC} + c\overrightarrow{AD}$ ，其中 a, b, c 為實數，則有序組 $(a, b, c) = ?$ （非選擇題，2 分）

19. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = ?$ （非選擇題，3 分）

20. $\overline{PQ} = ?$ （非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 2 3. 3 4. 5

5. 245 6. 123 7. 345 8. 1245 9. 35

10. $(-10, 2)$

11. $(3, 6, 5)$

12. 13

13. $\frac{-13}{5}$

14. 2024

15. 24

16. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

17. $\frac{1}{21}$

第貳部分：混合題

18. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

19. 126

20. $\sqrt{46}$