

台北市師大附中 112 下高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 86 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 已知直線 $L_1: 2x = 3y = 6z$ 與直線 $L_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{1}$ 為兩平行線，則 L_1, L_2 之距離為下列哪一個選項？

(1) $\sqrt{21}$

(2) $\sqrt{23}$

(3) $\sqrt{26}$

(4) $2\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{7}$

2. 假設坐標空間中有兩相異平面 E_1, E_2 同時通過點 $P(1, 2, 3)$ ，且平面 E_1 與向量 $(1, 3, -2)$ 垂直，平面 E_2 與向量 $(1, 2, 0)$ 垂直，請選出選項中仍同時在兩平面 E_1, E_2 上的點。

(1) $A(-7, 6, 1)$

(2) $B(-3, 0, 2)$

(3) $C(13, -4, 0)$

(4) $D(17, 10, -1)$

(5) $E(2, 5, 1)$

二、多選題（占 21 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

3. 下列關於機率的相關敘述，請選出正確的選項。

- (1) 小晨 認為一發天宮彈攔截率通常是 70%，那麼三發天宮飛彈攔截率就是 210%
- (2) 若導師從男女合班的班上抽一位學生，則抽到男生的事件與抽到女生的事件為獨立事件
- (3) 若老師準備了 5 個獎品給班上 42 位同學依序上台抽獎，則排在第 3 位的阿富同學，是第一位抽中獎品的機率為 $\frac{5}{42}$
- (4) 根據此次準備期中考的認真程度，考前阿育認為自己此次期中考中，英文考科會及格的機率為 0.5，數學考科會及格的機率為 0.8，則英文考科與數學考科兩個都會及格的機率可能為 0.2
- (5) 阿瑋從正方體的八個頂點任取四個不同頂點，已知這四個點落在同一平面 E 上，則此平面 E 為正方體表面的機率為 $\frac{1}{2}$

4. 袋中有 2 顆紅球、3 顆白球與 1 顆藍球。今將袋中的球逐次取出，每次取出一顆，每顆球被取到的機會均等，取後不放回，直到所有球被取出為止。請選出敘述正確的選項。

- (1) 「取出的第一顆為白球」的機率等於「取出的第二顆球為白球」的機率
- (2) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆球為白球或藍球」兩者為互斥事件
- (3) 「取出的第一、二顆皆為紅球」的機率等於「取出的第一、二顆皆為白球」的機率
- (4) 「取出的前三顆皆為白球」的機率小於「取出的前三顆顏色皆相異」的機率
- (5) 「紅球比白球先被取完」的機率為 $\frac{1}{2}$

5. 設 a 為非零實數且坐標空間中的直線 $L_1: \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{a}$ 落在平面 $E: x - y + z = 2$ 上，而直線 $L_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{2}$ 落在平面 F 上。

已知直線 L_1 與平面 F 平行，請選出正確的選項。

- (1) $a = 1$
- (2) 若直線 L_2 與平面 E 的交點為 P ，則 P 點的 y 坐標為 1
- (3) 無法找到一平面 G ，使得直線 L_1 與直線 L_2 均落在平面 G 上
- (4) 平面 F 方程式為 $3x - 4y - z = -2$
- (5) 若平面 E 與平面 F 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{6}{\sqrt{78}}$

三、填充題（占 55 分）

說明：第 6 題至第 10 題，每題 6 分；第 11 題至第 15 題，每題 5 分。

6. 有一顆正六面體骰子，其各面標有數字 1、2、3、4、5、6。若翰翰擲此正六面體骰子 100 次，觀察骰子出現的點數，並統計出現次數如下表：

出現點數	1	2	3	4	5	6
次數	22	13	18	15	20	12

若翰翰利用課堂所學的客觀機率，將上述統計資料作為擲此骰子各點數的出現機率，則下次投擲時，擲到奇數點的機率為 $\frac{\textcircled{6-1}}{\textcircled{6-2}}$ 。(化為最簡分數)

7. 樣本空間內有兩事件 A, B 滿足 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(A' \cap B') = \frac{1}{12}$,

則 $P(B | A') = \frac{\textcircled{7-1}}{\textcircled{7-2}}$ 。(化為最簡分數)

8. 班上 30 位學生分成三組：甲組有 6 位男學生、4 位女學生；乙組有 5 位男學生、5 位女學生；丙組有 4 位男學生、6 位女學生。今隨機抽出一組，再從該組抽出兩位學生，已知甲、乙、丙三組被抽中機率比為 3:2:1，且每位學生被抽中機率相同，則選到的兩位學生為異性的機率為 $\frac{\textcircled{8-1} \textcircled{8-2}}{135}$ 。(化為最簡分數)

9. 坐標空間中，考慮有一個頂點在 $2x - 2y + 5z = 15$ ，且有另一個頂點在平面 $2x - 2y + 5z + 18 = 0$ 上的正方體。滿足前述條件的正方體之表面積最小可能值為 $\textcircled{9-1} \textcircled{9-2}$ 。

10. 設甲、乙、丙、丁四人同時瞄準同一靶面，根據過去經驗，甲、乙、丙、丁四人的射擊命中率分別為 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{7}{9}$ ，今四人各射一發。且射擊時彼此互不影響，已知在恰有兩人擊中且丁有擊中此靶面的條件下，則甲也擊中靶面的機率為 $\frac{\textcircled{10-1}}{\textcircled{10-2}}$ 。(化為最簡分數)

11. 一個不透明的箱子中，有編號為正整數 1 到 20 的球各一個，共 20 個球，每個球被取出的機會均等，今從中一次取出三球，在三個球上的號碼由小到大形成等差數列的條件下，公差為 2 的機率為

$$\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}。(\text{化為最簡分數})$$

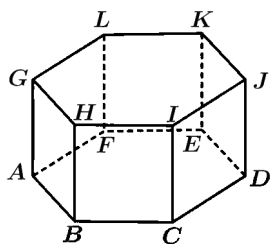
12. 坐標空間中 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{a}$ 及 $L_2: \frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{b}$ ，其中 a, b 為非零實數。若直線 L_1 與直線 L_2 垂直， $a^2 + b^2 = \textcircled{12-1} \textcircled{12-2}$ 。

13. 貝氏定理常常作為疾病篩檢使用，在甲傳染病流行時，若使用針對甲傳染病的快篩試劑篩檢呈現陽性，亦不一定表示為染病者，且在全體人民染病數不多時，流行病學專家通常會建議連續快篩兩次，可提高試劑正確判定染病者的機率。已知針對甲傳染病的快篩試劑，有陽性與陰性兩種篩檢結果，而該試劑對於染病者判定為陽性的機率為 90%，對於未染病者判定為陰性的機率為 80%。

假設藍天市的甲傳染病之染病者比例為 x ，若單次採檢判為陽性者中，確實為染病者的機率為 a ；連續採檢兩次皆盼為陽性者中，確實為染病者的機率為 b ，欲使 $b > 2a$ ，則藍天市的甲傳染病者比例 x 必須小於 $\frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-3}} \frac{\textcircled{13-2}}{\textcircled{13-4}}$ 。(化為最簡分數)

14. 圖為一六角柱 $ABCDEF - GHIJKL$ ，其中 $ABCDEF$ 與 $GHIJKL$ 均為正六邊形，且六角柱的 18 個邊均等長，若直線 AF 方程式為 $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{16} = \frac{z-3}{5}$ 直線 CI 方程式為 $x = -3y = -3z$ ，則線段

$\overline{IF} = \textcircled{14-1} \sqrt{\textcircled{14-2}}$ 單位長。(化為最簡根式)



15. 已知空間中兩直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = y - \frac{3}{2} = z - \frac{5}{2}$ 、 $L_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{3-2y}{-6} = z - \frac{5}{2}$ 同時落在平面 E 上，若平面 E 外有一點 $A\left(2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ，其中點 A 關於平面 E 的投影點為點 H ，且點 H 關於兩直線 L_1 、 L_2 的投影點分別為 M 、 N ，則 $\triangle HMN$ 的外接圓面積為 $\frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3} \textcircled{15-4}} \pi$ 。

第貳部分：混合題（占 14 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16 — 17 題組

坐標空間中，有一平面 E 方程式為 $2x + 2y - z + 3 = 0$ ，以及一點 $A(2, 2, -1)$ ，根據上述，試回答下列問題。

16. 坐標空間中，若平面 E 方程式為 $ax + by + cz + d = 0$ ，其中 a, b, c, d 為實數，且 $abc \neq 0$ ，以及兩點 $P(x_1, y_1, z_1)$ 、 $Q(x_2, y_2, z_2)$ ，若 P 、 Q 兩點在平面 E 的同側，則滿足

$(ax_1 + by_1 + cz_1 + d) \cdot (ax_2 + by_2 + cz_2 + d) > 0$ ；若 P 、 Q 兩點在平面 E 的異側，則滿足

$(ax_1 + by_1 + cz_1 + d) \cdot (ax_2 + by_2 + cz_2 + d) < 0$ 。下列各選項所代表的圖形，請選出與點 A 恆在平面 E 的異側之圖形選項。（多選題，6 分；6-4-2-0）

(1) 點 $(0, 0, 0)$

(2) 點 $(1, -2, 1)$

(3) 點 $(2, -3, 6)$

(4) 直線 $\frac{x}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-4}{-2}$

(5) 直線 $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-2}$

17. 已知直線 $L: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-2}$ 在平面 E 上的正射影為一直線 L' ，且平面 F 同時包含直線 L 與直線 L' ，請說明直線 L 與平面 E 的關係，並求出平面 F 方程式以及點 A 到直線 L 的距離。（非選擇題，8 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1

2. 3

3. 5

4. 14

5. 23

6. $\frac{3}{5}$

7. $\frac{5}{6}$

8. $\frac{73}{135}$

9. 66

10. $\frac{1}{9}$

11. $\frac{8}{45}$

12. 20

13. $\frac{10}{91}$

14. $2\sqrt{2}$

15. $\frac{68}{21}$

第貳部分：混合題

16. 34

17. $L//E$; $F: 2x - y + 2z = 6$; $d(A, L) = 2$

8