

台南市台南一中 112 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 圓 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = \frac{144}{25}$ 的圓周上到直線 $L: 3x + 4y + 16 = 0$ 的距離為整數的點有幾個？

- (1) 5 個
- (2) 6 個
- (3) 8 個
- (4) 9 個
- (5) 10 個

2. 有一光線自點 $A(-3, 4)$ 射向點 $B(-2, 2)$ ，經 x 軸反射再經 y 軸反射後，此光線繼續前進。請問此光線自點 A 出發後的路徑上會通過下列哪一點？

- (1) $(-2, 1)$
- (2) $(0, 0)$
- (3) $(-1, 4)$
- (4) $(-2, 5)$
- (5) $(-5, 8)$

二、多選題（占 10 分）

說明：第 3 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

3. 已知三直線 $L_1: x + y = 5$ 、 $L_2: x - 3y = 0$ 、 $L_3: 2x - y = 0$ 所圍成的三角形區域(不含邊界)為 R ，則下列哪些選項的點位在區域 R 的內部？

- (1) $(1, 1)$
- (2) $(2, 2)$
- (3) $(3, 3)$
- (4) $(1, 2)$
- (5) $(2, 1)$

4. 坐標平面上，直線 L 通過點 $(2, 3)$ 且斜率為 $\frac{-3}{2}$ ，若直線 L 與 x 軸、 y 軸在第一象限圍出 $\triangle ABC$ ，則下列哪些選項是正確的？

(1) $\triangle ABC$ 的周長大於 17

(2) $\triangle ABC$ 的外心坐標為 $(3, 2)$

(3) $\triangle ABC$ 的內心坐標為 $(1, 1)$

(4) $\triangle ABC$ 的垂心坐標為 $(0, 0)$

(5) $\triangle ABC$ 的重心坐標為 $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 5 題至第 17 題，每題 5 分。

5. 坐標平面上，三相異直線 $L_1: ax + y = 1$ 、 $L_2: 2x + y = 3$ 、 $L_3: x - y = a$ 恰有一共同交點，則 a 之值為【 】。

6. 坐標平面上，將直線 $L: x - 5y + 21 = 0$ 向右平移 k 單位，再向下平移 $2k$ 單位（其中 $k > 0$ ）得到的新直線恰好通過原點 $O(0, 0)$ ，則 k 之值為【 】。

7. 已知 $A(0, 3)$ 、 $B(0, -3)$ 、 $C(3, 0)$ ，若直線 $L: mx - y - 6m = 0$ 與 $\triangle ABC$ 不相交，則實數 m 的範圍為【 】。

8. 有一圓與兩坐標軸都相切，且此圓的圓心在直線 $L: 3x - 2y = 10$ 上，則此圓的半徑為【 】。

9. 圓 $x^2 + y^2 = 12$ 內部的格子點（ x, y 坐標均為整數）有【 】個。

10. 由點 $A(5, 5)$ 向圓 $C: x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ 作切線，則切線段長為【 】。

11. 已知 $d > 0$ ，在坐標平面上，圓 $C: x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 與 y 軸相切於原點 $O(0, 0)$ ，若點 $K(0, 6)$ 到圓 C 的圓周的最短距離為 2，則序對 $(d, e, f) =$ 【 】。

12. 直線 $L: x - y - 1 = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 9$ 有兩個交點 A 、 B ，則線段的中點坐標為【 】。

13. 已知圓 $C: x^2 + y^2 = 25$ ，點 $A(-4, 3)$ 為圓周上一點。若以 A 為切點的切線為 L ，則直線 L 與兩坐標軸圍出的三角形的面積為【 】。

14. 坐標平面上，有一不透光的圓 $C: x^2 + (y - 2)^2 = 1$ ，今在點 $A(1, 8)$ 放置一個點光源，則圓 C 在 x 軸上的影子長度為【 】。

15. 坐標平面上，已知點 P 在 y 軸正向上，過點 P 向圓 $C: (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 8$ 作切線，可得兩切線 L_1 、 L_2 ，若兩切線互相垂直（即 $L_1 \perp L_2$ ），則點 P 的坐標為【 】。

16. 坐標平面上，有一直線 $L: 2x - 3y + 15 = 0$ 及一圓 $C: x^2 + y^2 = 9$ ，今將直線 L 向右平移某些單位，使得直線與圓 C 第一次相切，此時切線稱為 M ，若再繼續向右平移某些單位，直線與圓 C 會第二次相切，則第一次相切時直線 M 的方程式為【 】。

17. 圓 C 的半徑為 2，已知圓 C 在第一象限與兩直線 $L_1: y = \frac{1}{3}x$ 、 $L_2: y = \frac{1}{2}x$ 同時相切，則圓 C 的圓心坐標為【 】。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 20 題組

坐標平面上，已知四個不等式 $x + y \geq -1$ 、 $x + y \leq 1$ 、 $2x - y \geq -4$ 、 $2x - y \leq 4$ 所圍成的區域為 Ω ，試回答下列問題

18. 請在坐標平面上劃出區域 Ω 。（非選擇題，5 分）

19. 若完全包含區域 Ω 的最小圓為 C ，則圓 C 的方程式為何？（非選擇題，5 分）

20. 區域 Ω 的面積為何？（非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 3

3. 125 4. 145

5. 0

6. $\frac{21}{11}$

7. $m < -\frac{1}{2}$ 或 $m > \frac{1}{2}$

8. 2 或 10

9. 37

10. $\sqrt{37}$

11. (16, 0, 0)

12. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

13. $\frac{625}{24}$

14. $\frac{96}{35}$

15. $(0, 1 + \sqrt{7})$

16. $2x - 3y + 3\sqrt{13} = 0$

17. $(4\sqrt{10} + 6\sqrt{5}, 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5})$

第貳部分：混合題

18. 略

19. $x^2 + y^2 = 5$

20. $\frac{16}{3}$