

台南市台南一中 112 上高二期末考

一、第一部份 (占 78 分)

說明：第 1 題至第 12 題，每小題 6 分。

1. 若 $2\vec{u} + 3\vec{v}$ 與 $4\vec{u} - 5\vec{v}$ 所形成之平行四邊形面積為 10，試問下列哪個選項所形成之平行四邊形有最小面積？(單選)

(1) $3\vec{u} + 4\vec{v}$ 與 $5\vec{u} - 6\vec{v}$

(2) $-3\vec{u} + 5\vec{v}$ 與 $5\vec{u} - 6\vec{v}$

(3) $2024\vec{u} - 113\vec{v}$ 與 $2023\vec{u} - 112\vec{v}$

(4) $2\vec{u} + 3\vec{v}$ 與 $4\vec{u} + 5\vec{v}$

(5) $7\vec{u} + 3\vec{v}$ 與 $9\vec{u} + 4\vec{v}$

2. 正五邊形 $ABCDE$ ，若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 10$ ，求此正五邊形之邊長=【 】。

3. 等腰直角三角形 ABC ， A 為直角， $\overline{BC}$ 上有 3 點 P, Q, R 且 $\overline{BC}$ 將 4 等分，即 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RC}$ ，則 $\cos \angle PAR =$ 【 】。

4. $A(1, 2), B(4, -2)$ ， C 為直線 $2x - 3y - 5 = 0$ 上 1 點，若 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上之正射影為 $\left(\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$ ，求 C 之坐標【 】。

5. (1) $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 6, \overline{AC} = 7$ ，求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} =$ 【 】。

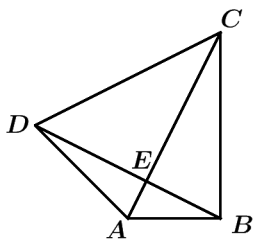
(2) 平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 6$ ，求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} =$ 【 】。

6. 二元一次方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 有唯一解 $(2, 7)$ ，已知 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 4$ ，

則 $\begin{vmatrix} a_1 + b_1 & c_1 \\ a_2 + b_2 & c_2 \end{vmatrix} =$ 【 】。

7. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 9, \overline{AC} = 8$ ， $\angle A$ 之內角平分線與過 B 之中線交於 P 點， $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求 $(x, y) =$ 【 】。

8. 如圖，在四邊形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ ， E 為 $\overline{AC}$ ， $\overline{BD}$ 之交點，則 $\frac{\triangle ABE \text{ 面積}}{\triangle CDE \text{ 面積}} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。



9. 設 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，且 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為 120° ，試求 $|t\vec{a} + \vec{b}|$ 之最小值 m 及此時 t 值為何？
 $m = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ ， $t = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

10. $|\overrightarrow{OA}| = 2$ ， $|\overrightarrow{OB}| = 3$ ， $|\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}| = 2\sqrt{14}$ ，

則 $\triangle OAB$ 之面積為【 $\quad \quad$ 】。

11. 過 $\triangle ABC$ 之重心 G 的一直線與邊 $\overline{AB}$ ， $\overline{AC}$ 分別相交於點 P ， Q

且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 2$ ，則 $\overline{AQ} : \overline{QC} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

12. x, y 滿足 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$ ，則當 $(x, y) = (a, b)$ 時， $3x - 4y + 5$ 有最大值 M ，求 $(a, b, M) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

二、第二部分（占 12 分）

說明：第 13 題至第 15 題。

13. $A(1, 2)$ ， $B(10, 14)$ ， $C(3, -1)$ ，直線 $L : 3x + 5y + 10 = 0$ ，將 $\triangle ABC$ 投影在 L 上，其圖形為一線段，求此線段之長 = 【 $\quad \quad$ 】。

14. 若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 三向量共平面，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ ， $\vec{a} \cdot \vec{c} = 7$ ， $\vec{b} \cdot \vec{c} = 6$ ，
 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，則 $|\vec{c}| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

15. $\vec{a} = (8, 6)$ ， $\vec{b} = (3, 4)$ ，若 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 平分 $2\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} + t\vec{b}$ 的夾角，求實數 $t = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

三、第三部分（占 10 分）

說明：第 16 題。

16. 試就實數 a 之值，討論聯立方程式 $\begin{cases} ax - 6y = 5a - 3 \\ 2x + (a - 7)y = 29 - 7a \end{cases}$ 之解。

- (1) 在【 】條件下，方程組恰有一組解： $x =$ 【 】， $y =$ 【 】。
- (2) 在【 】條件下，方程組無解
- (3) 在【 】條件下，方程組有無限多解

參考答案

1. 5

2. $2\sqrt{5}$

3. $\frac{3}{5}$

4. $(-5, -5)$

5. (1) -30 ; (2) -20

6. 20

7. $\left(\frac{4}{11}, \frac{7}{22}\right)$

8. $\frac{1}{6}$

9. $2\sqrt{3}, 2$

10. $\sqrt{5}$

11. $3 : 1$

12. $\left(\frac{2}{5}, -\frac{11}{5}, 15\right)$

13. $\frac{19}{34}\sqrt{34}$

14. $\sqrt{31}$

15. $\frac{1}{2}, 8$

16.

(1) $a \neq 3, a \neq 4; x = \frac{5a-65}{a-4}, y = \frac{-7a-2}{a-4}$

(2) $a = 4$

(3) $a = 3$