

台南市台南一中 112 上高一期末考

第壹部分：選擇（填）題

一、多選題

說明：第 1 題至第 3 題。

1. 設 $f(x)$ ， $g(x)$ 均為次數大於 2 的多項式，且 $f(x) = g(x) \cdot (x^2 + x - 2) + (4x - 2)$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) $f(x)$ 除以 $x + 2$ 所得之餘式為 6
- (2) $x - 1$ 是 $f(x) - 2$ 的因式
- (3) 若 $g(3) = 0$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x - 3)(x^2 + x - 2)$ 所得之餘式為 $4x - 2$
- (4) $f(x)$ 除以 $2 \cdot g(x)$ 所得之餘式為 $2x - 1$
- (5) $f(2x)$ 除以 $x^2 + x - 2$ 所得之餘式為 $8x - 2$

2. 對於二次函數 $f(x) = -x^2 + x + 3$ 的敘述，下列哪些正確？

- (1) 頂點 $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$
- (2) 對稱軸 $x + \frac{1}{2} = 0$
- (3) 若 $-1 \leq x \leq 1$ ，則 $f(x)$ 之最小值 1
- (4) 若 $-2 \leq x \leq 0$ ，則 $f(x)$ 之最大值 3
- (5) 若原圖形右移 2 單位，再下移 1 單位所得的拋物線方程式為 $y = -x^2 + 5x - 2$

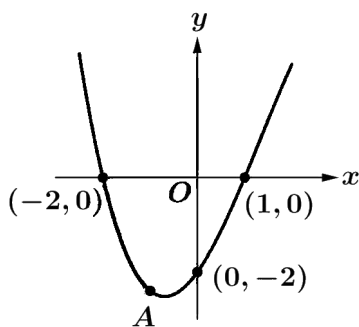
3. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 a, b, c 為實數且 $a \neq 0$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若 $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac = 0$ ，則不等式 $f(x) \leq 0$ 之解為 $x = -\frac{b}{2a}$
- (2) 若 $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ，則不等式 $f(x) > 0$ ，無解
- (3) 若 $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$ ，則不等式 $f(x) < 0$ ，無解
- (4) 若 $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac = 0$ ，則任意實數均為 $f(x) < 0$ 之解
- (5) 若 $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ，則不等式 $f(x) \geq 0$ ，無解

二、填充題

說明：第 4 題至第 17 題。

4. 試求多項式 $f(x) = (x^3 - 2x^2 + x - 2)^3$ 展開後的所有係數和為【 】。
5. 設 $f(x)$ 為一次函數，若 x 值每增加 3 單位時，其對應的 y 值就減少 9 單位，且 $f(1) = 2$ ，則 $f(x) =$ 【 】。
6. 已知函數 $y = 2x^2 - 6x - k$ 的圖形恆在 $y = 2x - 1$ 圖形的上方，則實數 k 的範圍為【 】。
7. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3x - 4$ 的餘式為 $6x + 1$ ，除以 $x^2 + x - 6$ 的餘式為 $2x - 3$ ，試求 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x - 3$ 的餘式為【 】。
8. 設 a, b 為實數，已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + (a^2 + 3)$ 在 $x = 1$ 時，有最大值 5，則 $b =$ 【 】。
9. 設 $f(x) = x^5 - 7x^4 - 19x^3 + 12x^2 - 26x + 1$ ，則 $f(9)$ 之值為【 】。
10. 試解下列各不等式：
- (1) $-3x^2 + 7x - 4 \geq 0$
- (2) $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 3) < 0$
11. 設三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 通過 $(-2, 0)$ ， $(1, 0)$ ， $(0, -2)$ ，及 $A\left(-1, -\frac{12}{5}\right)$ ，部分圖形如右參考圖，試求 $f(x) < 0$ 之解為【 】。



12. 設多項式 $f(x)$ 的次數不低於三次，若 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 3，且 $q(3) = -2$ ， $q(-2) = 3$ ，求 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-3)(x+2)$ 的餘式為【 】。
13. 某網購店家進了一批熱門的小型吊飾，進貨價每件 25 元，若售價訂為 a 元，則每天可以售出 $(300-5a)$ 件。今店家希望每天至少獲利 1500 元，則 a 的範圍為【 】。
14. 多項式 $(x-2)f(x)$ 除以 x^2+2x+3 的餘式為 $8x-5$ ，則 $f(x)$ 除以 x^2+2x+3 的餘式為【 】。
15. 設三次函數 $y = f(x) = a(x-4)^3 + b(x-4)^2 + c(x-4) + d$ ，當 x 很大時， $y = f(x)$ 的圖形很接近 $y = 2x^3$ ，又在 $x = 4$ 附近的圖形近似於直線 $y = 5x + 2$ ，若函數 $y = f(x)$ 的對稱中心坐標為 $(3, k)$ ，試求 k 值為【 】。
16. 設 a, b 為整數， $x^2 + x + b$ 是 $f(x) = 2x^4 + 5x^3 + ax^2 + 4x - 4$ 的因式，求 $f(x) < 0$ 之解為【 】。
17. 設 $f(x)$ 為 7 次多項式，滿足 $f(2^0) = 0, f(2^1) = 1, f(2^2) = 2, \dots, f(2^7) = 7$ ，則多項式 $f(x)$ 的 x 項之係數為【 】。

第貳部分：混合題

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 20 題組

設 $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + 9x + 5$ ， $g(x) = ax^3 + px$ ，若函數 $y = g(x)$ 的圖形沿著 x 軸正向平移 h 單位，再沿著 y 軸正向平移 k 單位後，與函數 $y = f(x)$ 的圖形重合，試求：

18. $h + k$ 之值為何？(非選擇題)
19. $y = g(x)$ 的圖形與 x 軸有幾個交點？(非選擇題)

20. $f(-1.997)$ 的近似值為何？(四捨五入到小數點後第三位) (非選擇題)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 23 2. 34 3. 125

4. -8

5. $-3x + 5$

6. $k < -7$

7. $4x + 3$

8. 2

9. 10

10. (1) $1 \leq x \leq \frac{4}{3}$; (2) $-1 < x < 3$, $x \neq 1$

11. $x > 5$, $-2 < x < 1$

12. $-x^2 + 2x + 2$

13. $40 \leq a \leq 45$

14. $-x + 4$

15. 21

16. $-2 < x < \frac{1}{2}$

17. $\frac{127}{64}$

第貳部分：混合題

18. 17

19. 3 個

20. 18.955