

台中市文華高中 112 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數 a 之後，螢幕上的數會變成 a^2 。當一開始時，螢幕上的數 b 為正數且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近 16^3 。請問實數 b 最接近下列哪個選項？

- (1) 1.4
- (2) 2
- (3) 2.8
- (4) 4
- (5) 16

2. 請問數線上有多少個整數點，與點 $\sqrt{103}$ 的距離小於 12，但與點 $10.\bar{9}$ 的距離不小於 6？

- (1) 無限多個
- (2) 10
- (3) 11
- (4) 12
- (5) 13

3. 已知 $a = \sqrt{112} - \sqrt{2023}$ ；試求 a 的整數部分為？

- (1) 5
- (2) 6
- (3) 7
- (4) 8
- (5) 9

二、多選題（占 28 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題 7 分。 $(7 - 4.2 - 1.4 - 0)$

4. 若 $A(-5)$ 、 $B(7)$ 、 $P(x)$ 為數線上三個點，且 $3\overline{PA} = 5\overline{PB}$ ；則實數 x 的值可為？

(1) $-\frac{1}{2}$

(2) $\frac{5}{2}$

(3) 15

(4) 25

(5) -25

5. 請問下列哪些選項是正確的？

(1) 若 $2a + b$ 、 $2b + c$ 、 $2c + a$ 三數皆為有理數，則 a 、 b 、 c 三數皆為有理數

(2) 若一個分數 $\frac{315a28}{24}$ 能化成有限小數，則數字 a 的所有可能值之總和為 15

(3) 若實數 a 、 b 滿足 $a < b$ ，則 $a < \frac{3a+b}{5} < b$

(4) 若實數 a 滿足 a^7 與 a^{11} 都是有理數，則 a 為有理數

(5) 若實數 a 、 b 、 c 、 d 滿足 $a + b\sqrt{5} = c + d\sqrt{5}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$

6. 若 a 是一個正實數且滿足 $a^{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ ，其中 $a^{\sqrt{3}}$ 的整數部分是 n 、正的純小數部分是 b ；則下列哪些選項是正確的？

(1) $a^3 = 3$

(2) $a^{2\sqrt{3}}$ 是有理數

(3) n 為 1

(4) b 為 0.732

(5) $\frac{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}}{b} = \frac{1}{2}$

7. 樂樂多飲料公司研發一種新的飲料、並於飲料中添加有益人體的乳酸菌。已知相同時間內的乳酸菌數量增加之倍數固定，且乳酸菌數量每經過一天都會增加為原來的 a 倍。開始培養時的乳酸菌數為 b 個；於開始培養的 2 天後，乳酸菌數量變為 4×10^5 個；於開始培養的 $3\frac{2}{3}$ 天後，乳酸菌數變為 1.28×10^7 個，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) 正數 a 為 4
- (2) 正整數 b 為 625
- (3) 開始培養的 1 天後，乳酸菌數變為 5×10^4 個
- (4) 開始培養的 6 天後，乳酸菌數變超過 10 億個
- (5) 若開始培養的 n 天後，乳酸菌數超過 10^{10} 個；則正整數 n 至少為 6

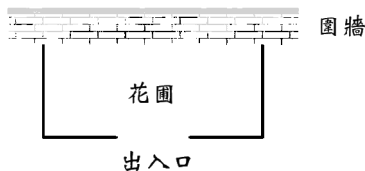
三、填充題（占 47 分）

說明：第 8 題至第 14 題，每題 5 分；第 15 題至第 16 題，每題 6 分。

8. 若 $(3.2 \times 10^{-8}) \div (0.13 \times 10^{-2})$ 的值為 $b \times 10^n$ （四捨五入取二位有效數字，且以科學記號表示），則數對 $(b, n) = (\textcircled{8-1}, \textcircled{8-2}), (\textcircled{8-3}, \textcircled{8-4})$ 。

9. 若將分數 $\frac{108}{35}$ 寫成小數型式時，則其小數點後第 2023 位的數字為 $\textcircled{9-1}$ 。

10. 筠馨想沿著校園的圍牆邊，用「 $\sqcap$ 」字型的竹籬圍成一塊矩形花園（其中靠牆的一面不圍）（如圖）；若竹籬的長度是 27 公尺，並在圍牆的對邊之正中央留著寬 5 公尺的出入口（出入口不圍籬笆）。當此舉行花園有最大面積為 x 平方公尺時，此時花園的長為 a 公尺寬為 b 公尺（其中 $a > b$ ）；



試求數對 $(x, a, b) = (\textcircled{10-1}, \textcircled{10-2}, \textcircled{10-3}), (\textcircled{10-4}, \textcircled{10-5}), (\textcircled{10-6})$ 。

11. 試計算 $\left(\frac{4096}{625}\right)^{0.25} \times \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \times (1.75)^{0.5} \times (\pi - 114)^0 = \frac{\textcircled{11-1} \sqrt{\textcircled{11-2}}}{\textcircled{11-3}}$ 。

12. 若正數 a 滿足 $(\sqrt[4]{a})^9 \times \sqrt{\frac{\sqrt[3]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a^7}}{\sqrt{a^5}}} = a^x$ ，則實數 $x = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。

13. 若 x 為實數滿足方程式 $|x-1| = 2x-5$ ，則所有 x 的總和為 $\textcircled{13-1}$ 。

14. 若 a, b 是實數且不等式 $|ax+2| \leq b$ 的解為 $-4 \leq x \leq 7$ ，

則數對 $(a, b) = \left(\frac{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2}}{\textcircled{14-3}}, \frac{\textcircled{14-4} \textcircled{14-5}}{\textcircled{14-6}} \right)$ 。

15. B 點在線段 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AB} = 1$ 、 $\overline{BC} = 43 + 30\sqrt{2}$ ；以 $\overline{AC}$ 為直徑、 A 與 C 為圓的直徑兩端點作半圓，再過 B 點作垂直 $\overline{AC}$ 的直線交半圓於 D 點。

若 $\overline{BD} = a + b$ ，其中 a 是整數且 b 是正的純小數；

則 $a + \frac{2}{b} = \textcircled{15-1} \textcircled{15-2} + \textcircled{15-3} \sqrt{\textcircled{15-4}}$ 。

16. 若 $0 < x < 1$ 且 $x^2 - 4x + 1 = 0$ ，則 $\frac{x - x^{-1}}{x^3 + x^2 + 1 + x^{-2} + x^{-3}} = \frac{\textcircled{16-1} \textcircled{16-2} \sqrt{\textcircled{16-3}}}{\textcircled{16-4} \textcircled{16-5}}$ 。

第貳部分：非選擇題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 大題，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17. 實數 x 滿足絕對值不等式 $|1-x| - 3|x+2| \leq -5$ ，試求此不等式的解 x 。

（非選擇題，10 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 5 3. 4

4. 24 5. 124 6. 23 7. 34

8. $(2.5, -5)$

9. 2

10. $(128, 16, 8)$

11. $\frac{9\sqrt{7}}{5}$

12. $\frac{14}{5}$

13. 4

14. $\left(-\frac{4}{3}, \frac{22}{3}\right)$

15. $13 + 3\sqrt{2}$

16. $\frac{-2\sqrt{3}}{67}$

第貳部分：混合題

17. $x \leq -6, x \geq 0$