

台中市明道高中 112 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 如圖，坐標平面上以原點 O 為圓心作單位圓（半徑為 1），交兩軸正向於 A, B ，過 O 點的直線 L 交圓於點 C ，過 A, B 分別作圓的切線交 L 於 E, F ，過 C 作 x 軸垂線交 x 軸於 D 。若 $\angle COD = \theta$ ，

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則 $\frac{1 + \overline{CD}}{\overline{OD}} + \frac{\overline{OD}}{1 + \overline{CD}} = ?$

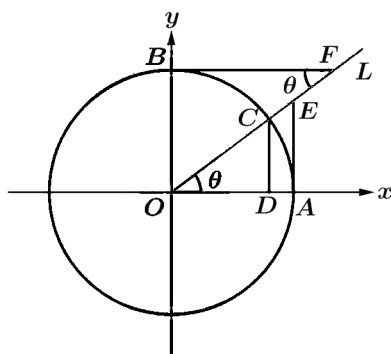
(1) $2\overline{OE}$

(2) $2\overline{AE}$

(3) $2\overline{OF}$

(4) $2\overline{BF}$

(5) $2\overline{OD}$



2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 之三對邊長分別為 a ， b ， c ，若滿足

$3(a - b + c) = 14(\sin A - \sin B + \sin C)$ ，則此三角形的外接圓 (circumscribed circle) 半徑 $R = ?$

(1) $\frac{14}{3}$

(2) $\frac{7}{3}$

(3) $\frac{3}{14}$

(4) $\frac{3}{7}$

(5) 21

3. 有一邊長為 3 的正六邊形紙板，今在每一個角各剪掉一個小三角形，使其成為正十二邊形之紙板，則此正十二邊形之一邊長為何？

(1) 1

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\sqrt{3}$

(4) $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$

(5) $6\sqrt{3}-9$

4. 若 $a = \sin 10^\circ$ ， $b = \cos 20^\circ$ ， $c = \tan 30^\circ$ ， $d = \sin 80^\circ$ ， $e = \tan 85^\circ$ ，試比較大小，請選出正確的選項？

(1) $a > b > c$

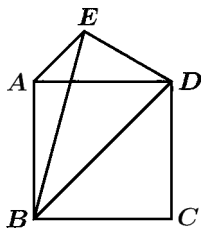
(2) $a < b < c$

(3) $e < c < a$

(4) $d > b > c$

(5) $a = d > e$

5. 圖中，四邊形 $ABCD$ 是邊長 2 的正方形， $\overline{BD} = \overline{BE}$ ，且 $\overline{AE} // \overline{BD}$ ，則 $\sin \angle DBE = ?$



(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

(5) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

6. 坐標平面上有三點 P ， Q ， R ，其極坐標 (polar coordinate) 分別為 $P[2, 120^\circ]$ ， $Q[r, 150^\circ]$ ， $R[\sqrt{6}, 195^\circ]$ 。若 P ， Q ， R 三點共線，則 r 值為何？

(1) $\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{3}$

(3) 2

(4) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

(5) $2\sqrt{2}$

二、多選題（占 20 分）

說明：第 7 題至第 10 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

7. θ 是第二象限角，則 $\frac{\theta}{3}$ 可能是第幾象限角？

- (1) 第一象限
- (2) 第二象限
- (3) 第三象限
- (4) 第四象限
- (5) $\frac{\theta}{3}$ 可能是象限角

8. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ，則下列哪些正確？

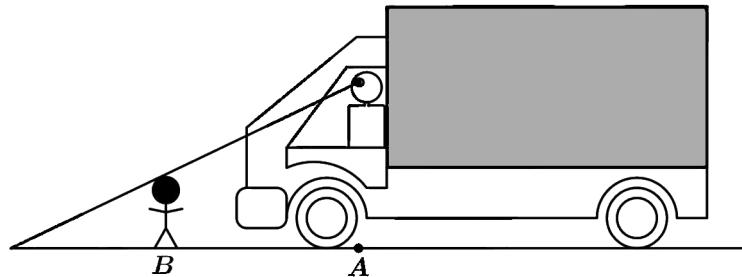
- (1) $\angle B = 30^\circ$
- (2) $\cos A = \frac{1}{2}$
- (3) $\overline{BD} = \sqrt{19}$
- (4) 此四邊形面積為 $\frac{21}{4}$
- (5) 此圓面積為 $\frac{19\pi}{3}$

9. 對 $\triangle ABC$ 而言，下列敘述何者正確？

- (1) 若 $\sin A > 0$ ，則 $\angle A$ 必為銳角
- (2) 若 $\cos A > 0$ ，則 $\angle A$ 必為銳角
- (3) 若 $\sin(B - C) = 1$ ，則 $\triangle ABC$ 為直角三角形
- (4) 若 $\cos(B - C) = 1$ ，則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形
- (5) $\cos A = \cos(B + C)$

10. 駕駛在座位上的位置及高度會影響他能看見的前方視野。我們可以畫一條視線找出司機的視野。視線是一條從司機眼睛通過車身前緣延伸至地面的假想線，在視線下方的區域是司機的盲點(即司機看不到的地方)。已知這輛貨車司機的眼睛位於地平面 A 點正上方 1.5 公尺，司機的視線與水平線夾 25.41° ，若某位身高 1 公尺的幼童，站在貨車前方地平面 B 點處(如圖)，關於地面上水平距離 AB 的選項，請選出司機是看不到幼童的選項。

(參考數值： $\sin 25.41^\circ \approx 0.3168$ ， $\cos 25.41^\circ \approx 0.9487$ ， $\tan 25.41^\circ \approx 0.3330$)



- (1) 0.5 公尺
- (2) 1 公尺
- (3) 2 公尺
- (4) 3 公尺
- (5) 4 公尺

三、填充題（占 40 分）

說明：第 11 題至第 18 題，每題 5 分。

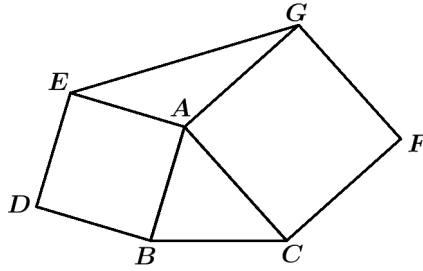
11. 求 $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \tan 60^\circ \cos 30^\circ = \textcircled{11-1}$ 。

12. 設 $P(x, 4)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，若 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ，

則 $\tan \theta = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。(化成最簡分數)

13. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{CA} = 8$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C$ 之最簡整數比
 $= \textcircled{13-1} \textcircled{13-2} : 8 : \textcircled{13-3}$ 。

14. 如圖， $\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 9$ 。若 $\square ABDE$ ， $\square ACFG$ 均為正方形，試 $\triangle AEG$ 的面積 $\textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \sqrt{\textcircled{14-3}}$ 。(化為最簡根式)



15. 在一公路上之三相異點 A ， B ， C ，測得電信局發射塔的仰角 (angle of elevation) 分別為 30° ， 45° ， 60° ，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = 100$ ，

則發射塔的高度為 $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2} \sqrt{\textcircled{15-3}}$ 。

16. 甲乙二地間有 12 條路，其中 4 條是由甲地到乙地的單行道，3 條是由乙地到甲地的單行道，另 5 條是雙向道。今由甲地到乙地再回甲地，若往返不走同一條路，則共有 $\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}$ 種走法。

17. 校內教職員籃球比賽中，在數學科執行最後一波進攻前 (由啟田 控球)，教練對其中四位球員下達戰術如下：

對後衛啟田：『帶球切入後，可以選擇傳給中鋒建宏 或是傳給在外線左側的前鋒昌龍』。

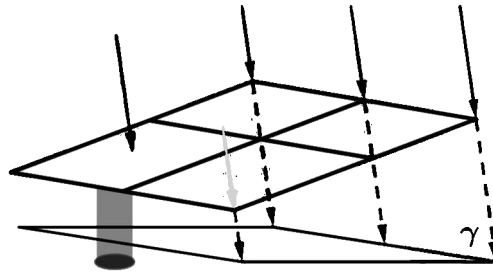
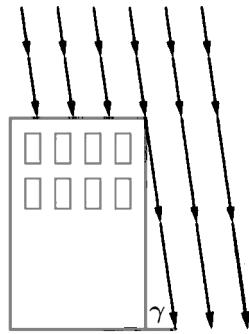
對前鋒昌龍：『每次拿到球，可以選擇三分投籃、切入傳給中鋒建宏 或是傳給在外線右側的射手可傑』。

對中鋒建宏：『若接獲啟田 的傳球，則可以選擇籃下投籃、傳給外線左側的昌龍 或是右側的射手可傑；若接獲昌龍 的傳球，則可以選擇籃下投籃或是傳給外線右側的射手可傑』。

對射手可傑：『只要拿到球，就是三分線外投籃』。

在這一波進攻當中，若遵照駱教練的指示，則在投籃前預期將會有 $\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}$ 種進攻組合。

18. 一般而言，在台灣太陽能板 10 平方公尺的面積每天可以發電 1KW。T 市某天下午日照下，建築物陰影的長度為建築物實際高度的一半，如圖一， $\tan \gamma = 2$ 。此時在一個空曠的平地上，一塊長方形的太陽能板立在空中，面向太陽，如圖二。板面與地平面夾角為 θ ，且 $\tan \theta = \frac{1}{7}$ 。此時太陽光照射太陽能板後，在地面上形成一個邊長為 3 公尺的正方形陰影。則此太陽能板一天可以發電 $(18-1) \cdot (18-2) \text{ KW}$ 。(四捨五入至小數點後第一位， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



圖一

圖二

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 — 20 題組

氣象預報一颱風中心在 A 地東 30° 南的海面上 B 處，以每小時 60 公里的速率向北 30° 西方向直線前進，暴風半徑為 $80\sqrt{21}$ 公里，且 A，B 相距 $400\sqrt{3}$ 公里

19. 預估幾小時後 A 地進入暴風圈？（非選擇題，2 分）

20. 颱風將在 A 地滯留幾小時？（非選擇題，3 分）

21-22 題組

有一條東西向的河流，其河水以每小時 10 公里的速率由西向東流，在河的南岸 A 點處有一艘船預計在正北方的對岸 B 點處靠岸，已知該船在靜水中的速率固定為每小時 30 公里

21. 若要使船在河流中行駛的路徑最短 (即為 $\overline{AB}$)，則船舵設定行駛的方向最接近下列哪一個選項？(單選題，2 分)

- (1) 正北方向
- (2) 北偏西 20 度
- (3) 北偏西 40 度
- (4) 北偏東 20 度
- (5) 北偏東 40 度

22. 若河寬為 21 公里 (即 $\overline{AB} = 21$ 公里)，則該船所需的時間最接近下列哪一個選項？(單選題，3 分)

- (1) $\frac{1}{2}$ 小時
- (2) $\frac{2}{3}$ 小時
- (3) $\frac{3}{4}$ 小時
- (4) 1 小時
- (5) $\frac{5}{4}$ 小時

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1 2. 2 3. 5 4. 4 5. 3 6. 2

7. 124 8. 235 9. 24 10. 12

11. 2

12. $\frac{-4}{3}$

13. 13 : 8 : 7

14. $12\sqrt{5}$

15. $50\sqrt{6}$

16. 67

17. 10

18. 0.8

第貳部分：混合題

19. $8hr$

20. $4hr$

21. 2

22. 3