

台中市台中女中 112 上高一期末考

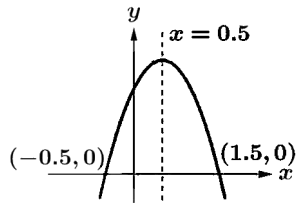
一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右，試問下列各項，共有幾項為負？

- (A) a (B) b (C) c
(D) $b^2 - 4ac$ (E) $a - b + c$ (F) $16a + 4b + c$
(G) $2a + b$ (H) $a + b$ (I) $a + 3b + 9c$

- (1) 7 項
(2) 6 項
(3) 5 項
(4) 4 項
(5) 3 項



2. 設函數 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，對任何實數 t ，都有 $f(5 - \pi t) = f(-1 + \pi t)$ ，則下列何者為真？

- (1) $f(1) < f(2) < f(4)$
(2) $f(1) < f(4) < f(2)$
(3) $f(2) < f(1) < f(4)$
(4) $f(4) < f(2) < f(1)$
(5) $f(2) < f(4) < f(1)$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 10 分。(10 - 6 - 2 - 0)

3. 下列哪些式子是 x 的多項式？

(1) $6x^2 + 2x + 7$

(2) $\sqrt{x^2} + 1$

(3) $\pi(x-3)^3 + \sqrt{3}(x-3) + 1$

(4) $\frac{2x-6}{x+3}$

(5) 2024

4. 設 a, b, c 都是非零的實數，且二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根都落在 3 和 5 之間。試選出兩根必定都落在 7 和 9 之間的方程式。

(1) $a(x+3)^2 + b(x+3) + c = 0$

(2) $a(x-4)^2 + b(x-4) + c = 0$

(3) $a(2x-7)^2 + b(2x-7) + c = 0$

(4) $a\left(\frac{x+9}{2}\right)^2 + b\left(\frac{x+9}{2}\right) + c = 0$

(5) $a(4x-25)^2 + b(4x-25) + c = 0$

5. 給定一實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 5$ 。令 $g(x) = f(-x) - 5$ ，已知 $y = g(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 0)$ 且 $g(-2) < 0$ 。試選出正確的選項。

(1) $g(x) = 0$ 有三相異整數根

(2) $a < 0$

(3) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, -5)$

(4) $f(100) < 0$

(5) $y = f(x)$ 的圖形在點 $(-1, f(-1))$ 附近會近似於一條斜率為 a 的直線

三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每小題 5 分。

6. 設 a, b 為整數，若多項式 $ax^2 + (a-b)x + (10a-1)$ 除以 $x^2 + ax + (2a+1)$ 所得餘式為 8，則數對 $(a, b) = (\underline{6-1}, \underline{6-2} \underline{6-3})$ 。

7. $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 5) - 3x^2 + 6x + 14$ 的最小值為 $\underline{7-1} \underline{7-2}$ 。

8. $8^5 - 58 \times 8^3 + 16 \times 8^2 - 502 \times 8 + 90 = \underline{\underline{8-1}} \underline{\underline{8-2}} \underline{\underline{8-3}}$ 。

9. 某餐廳的套餐成本為 100 元，如果定價為 200 元，每週可賣 300 份，但若定價每增加（減少）10 元，則每週少賣（多賣）50 份，則定價為 9-1 9-2 9-3 時有最大利潤。

10. 若二次函數 $f(x) = kx^2 + (2k - 1)x + 6$ 恆在一次函數圖形 $y = 5x + 2$ 的上方，則實數 k 的範圍為 $\alpha < k < \beta$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = \left(\underline{\underline{10-1}}, \underline{\underline{10-2}} \right)$ 。

11. 設聯立不等式 $\begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1} > 0 \\ \frac{x^2 + cx + d}{(x - 3)^2} \leq 0 \end{cases}$ 的解為 $-4 \leq x < -2$ 或 $4 < x \leq 8$ ，則 $a + b + c + d =$
11-1 11-2 11-3。

12. $f(x)$ 除以 $\frac{x}{5} - 1$ 的餘式為 8， $(x - 1)f(x)$ 除以 $x^2 - x - 6$ 的餘式為 $4x + 26$ ，

則 $2f(x)$ 除以 $x^2 - 3x - 10$ 的餘式為 $R(x)$ ，則 $R(3) = \underline{\underline{12-1}}$ 。

13. 設 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 3x + 14$ ，已知 $f(x) < 0$ 的解為 $x < \alpha$ 或 $2 < x < \beta$ ，

則數對 $(\alpha, \beta) = \left(\underline{\underline{13-1}} \underline{\underline{13-2}}, \underline{\underline{13-3}} \right)$ 。

14. 已知三次函數 $y = f(x) = a(x - h)^3 + p(x - h) + k$ 恆有 $f(4 + \sqrt{2}t) + f(-\sqrt{2}t) = 14$ ，

其廣域特徵與 $y = 2x^3$ 近似且 $f(1) = 10$ ，則

(1) 此三次函數的對稱中心為 $\left(\underline{\underline{14-1}}, \underline{\underline{14-2}} \right)$ 。

(2) 此函數在 $x = 1$ 附近的一次近似函數為 $y = \alpha x + \beta$ ，

則數對 $(\alpha, \beta) = \left(\underline{\underline{14-3}}, \underline{\underline{14-4}} \right)$ 。

15. 設 $f(x) = 2x^3 + 7x^2 + 5x + 9 = a(x + 2)^3 + b(x + 2)^2 + c(x + 2) + d$ ，則

(1) $a + b + c + d = \underline{\underline{15-1}}$ 。

(2) $f(-2 + \sqrt{3}) = \alpha + \beta\sqrt{3}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = \left(\underline{\underline{15-2}} \underline{\underline{15-3}}, \underline{\underline{15-4}} \right)$ 。

參考答案

1. 4 2. 3

3. 135 4. 25 5. 12

6. $(3, -6)$

7. -5

8. 170

9. 180

10. $(1, 9)$

11. -46

12. 8

13. $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$

14. (1) $(2, 7)$; (2) $(1, 9)$

15. (1) 9 ; (2) $(-4, 7)$