

台南市台南一中 112 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 下列各敘述何者正確？

- (1) 包含相異三點的平面恰有一個
- (2) 給定空間中兩相異平面，則必存在平面與此兩平面皆垂直
- (3) 若直線 L 與平面 E 交於一點 P ，則恰有一平面 F 包含 L 且垂直平面 E
- (4) 相異三平面 E_1, E_2, E_3 兩兩相交於不同之三直線，則三直線必兩兩平行
- (5) 空間中三平面 E, F, G 且 E 與 F 交於一直線 L ，若 $L \perp G$ ，則 $E \perp G$ 且 $F \perp G$

2. 關於空間中的向量，下列各敘述何者正確？

- (1) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$
- (2) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- (3) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 且 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ，則 $\vec{b} = \vec{0}$
- (4) $|\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 + |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$
- (5) 若 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ ，且 $\vec{p} \cdot \vec{c} = 0$ ，則存在 $x, y \in \mathbb{R}$ ，使得 $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$

二、填充題（占 80 分）

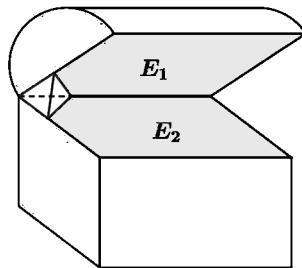
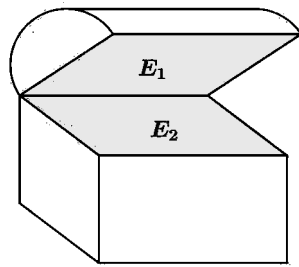
說明：第 3 題至第 16 題，對 10 題以內，每題 6 分；超過 10 題，每題 5 分。

3. 空間中，三射線 $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OZ}$ 兩兩夾角為 θ ，其中 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ， P 為 $\overrightarrow{OX}$ 上一點， $\overline{OP} = 5$ ，而 P 到平面 YOZ 的距離為 $\overline{PQ}$ (Q 點為垂足)。由 Q 點作 $\overrightarrow{OY}$ 的垂直線且交 $\overrightarrow{OY}$ 於 R 點，而 $\overline{QR}$ 的延長線交 $\overrightarrow{OZ}$ 於 S 點。則 $(\overline{PR}^2, \overline{PS}^2) = \underline{\hspace{2cm}} \text{【 } \hspace{1cm} \text{】}$ 。(全對才給分)

4. 正四面體 $A-BCD$ ，每稜長 6，由頂點向底面而做垂線，垂足為底面之三角形的重心，此正四面體之高為 h ，體積為 V ，則 $(h, V) = \underline{\hspace{2cm}} \text{【 } \hspace{1cm} \text{】}$ 。(全對才給分)

5. E, F 兩平面相交於直線 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overline{CN} \perp E$ 於 N , C 在 F 上, $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ 且平分 $\overline{AB}$ 於 M , $\angle BCA = 60^\circ$, $\angle CBN = 30^\circ$ 。若 E, F 所夾兩面角之銳角為 θ , 則 $\cos \theta =$ 【 】。
6. 空間坐標中, 設 $A(6, 7, 1), B(9, 2, 8), P$ 是 yz 平面上的一點。當 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 有最小值時, 此時 P 點坐標為【 】。
7. $A(1, 0, 0), B(2, 4, 1), C(6, 3, 8)$, 若 $\angle A$ 的外角平分線交 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 E , 則 E 之坐標為【 】。
8. 四面體 $A-BCD$ 點 M, N 分別在稜邊 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 上, $\overline{AM} : \overline{MB} = 3 : 1$, $\overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$, 在 $\overline{MN}$ 上取中點 E , 若 $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$, 則 (x, y, z) 【 】。
9. 正四面體 $A-BCD$, 每稜長 6, 則 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$ 【 】。
10. 令 $x, y \in \mathbb{R}$, 當 $(x, y) = (a, b)$ 時, $4x^2 + y^2 + (5x - 2y + 9)^2$ 會有最小值 m , 試求 (a, b, m) 【 】。(全對才給分)
11. 已知 $\vec{n} \times \vec{a} = (1, 3, 0)$, $\vec{n} \times \vec{b} = (2, 3, -2)$, $|\vec{n}| = 14$, 則 $\vec{n}$ 【 】。
12. 已知 $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (3, 10, -15)$, $\vec{a} \times \vec{b} = (8, 4, -6)$ 及 $\vec{b} = (2, 2, 4)$, 求 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 所張的平行六面體體積為【 】。
13. 空間中三向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 所決定的平行六面體體積為 7, 則 $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, $4\vec{a} + 6\vec{b}$, $2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ 三向量所決定的平行六面體體積為【 】。
14. 三直線 $L_1 : (2 - k)x + 3y + 4 = 0$, $L_2 : 2x + (3 - k)y + 4 = 0$ 與 $L_3 : 2x + 3y + (4 - k) = 0$, 若三線不能圍成三角形, 求 k 之值【 】。
15. Let $\rho \geq 0$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ and $0 \leq \phi \leq \pi$.
Compute $\begin{vmatrix} \sin \phi \cos \theta & \rho \cos \phi \cos \theta & -\rho \sin \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta & \rho \cos \phi \sin \theta & \rho \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi & -\rho \sin \phi & 0 \end{vmatrix} =$ 【 】。

16. 《葬送的芙莉蓮》中，芙莉蓮總是受到寶箱怪的吸引而被夾住。若將寶箱的開闔處視同為兩個平面 E_1, E_2 (如圖左)，在開闔處施放一個正四面體，使其正四面體的兩面，與 E_1, E_2 貼齊時 (如圖右)，芙莉蓮便有足夠的縫隙可以逃脫了。假設此時 E_1, E_2 夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ 【 】。



第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 - 20 題組

正四角錐 $A-BCDE$ 中，底面 $BCDE$ 為正方形，側面為四個正三角形，已知 B, C, D 三點坐標分別為 $(5, 2, 3), (4, 3, -1), (1, 0, -1)$ ，且 A 點的 z 坐標為正。

17. $\overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{CD} = ?$ (非選擇題，2 分)

18. 設 $\overline{AH}$ 垂直底面 $BCDE$ ，其中 H 為垂足。則 H 為三角形 $\triangle BCD$ 的？(單選題，1 分)

- (1) 重心
- (2) 內心
- (3) 外心
- (4) 垂心

19. $\overline{AH}$ 的長度為何？(非選擇題，3 分)

20. A 的坐標為何？(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 25 2. 14

3. (9, 10)

4. $(2\sqrt{6}, 18\sqrt{2})$

5. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

6. $(0, 5, \frac{19}{5})$

7. $(-1, \frac{19}{4}, -\frac{17}{4})$

8. $(\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8})$

9. 0

10. $(-1, \frac{8}{5}, \frac{36}{5})$

11. $\pm(12, -4, 6)$

12. 34

13. 42

14. 9, 0, 5

15. $\rho^2 \sin \phi$

16. $\frac{1}{3}$

第貳部分：混合題

17. (12, -12, -6)

18. 3

19. 3

20. (1, 3, 2)