

新竹市新竹高中 112 下高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 72 分）

一、多選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 兩遞迴式分別為 $a_n = \begin{cases} 3000 & , n = 1 \\ a_{n-1} + 3 & , n \geq 2 \end{cases}$, $b_n = \begin{cases} 3 & , n = 1 \\ kb_{n-1} & , n \geq 2 \end{cases}$,

其中 k 為實數且 $k \neq 0$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列
- (2) 數列 $\langle 2^{b_n} \rangle$ 為等比數列
- (3) 數列 $\langle b_n \cdot 2^{a_n} \rangle$ 為等比數列，且其公比為 $8k$
- (4) 級數 $S_n = b_1 + \cdots + b_n$ ，若 $S_{10} = 200$ ， $S_{20} = 320$ ，則 $S_{30} = 392$
- (5) 設 $k = 2$ ，若 $b_m > a_m$ ，則 m 之最小值為 13

2. 請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 將一組資料中的每筆資料都加上同一個常數後，其標準差不變
- (2) 將一組資料中的每筆資料都乘上 β 後， β 為實數，
則後來標準差為原來標準差 β 倍
- (3) 兩變量 x, y ， y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 2 - 3x$ ，若有一調查資料為 $y = 5$ ，則可由此迴歸直線推測出 $x = -1$
- (4) 兩變量 x, y 相關係數為 -0.98 ，則表示變量 x, y 直線相關性非常高
- (5) 兩組變量 $X: x_1, x_2, \cdots, x_n$ 與 $Y: y_1, y_2, \cdots, y_n$ ，若坐標 (x_i, y_i) ，
其中 $i = 1, 2, \cdots, n$ ，均在同一直線上，則 X 與 Y 為完全相關

3. 一筆二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_{10}, y_{10})$ ，變量 x 與 y 之算術平均數分別為 4 與 6， y 對 x 之迴歸直線斜率為 1.2；變量 $p = 2x - 3$ ，變量 $q = -3y + 1$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) 變量 x 與 y 為正相關
- (2) y 的標準差大於 x 的標準差
- (3) 變量 x 與 y 的相關係數和 p 與 q 的相關係數相等
- (4) 若 y 之標準差為 σ_y ，則 q 之標準差為 $3\sigma_y + 1$
- (5) q 對 p 之迴歸直線斜率為 -1.8

二、填充題（占 54 分）

說明：第 4 題至第 13 題，配分如下。										
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
配分	7	14	21	27	33	39	44	48	51	54

4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，若第 6 項為 25、第 12 項為 64，則第 10 項之值為【 】。

5. $3^2 \times 4 + 4^2 \times 5 + 5^2 \times 6 + \cdots + 11^2 \times 12 =$ 【 】。

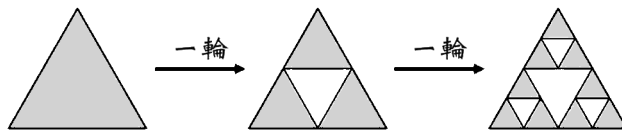
6. 竹中公司在某連續四年之營業額分別為 x_1, x_2, x_3, x_4 ，且 $x_2 = 1.8x_1, x_3 = 1.5x_2, x_4 = 0.08x_3$ ，則此公司從第一年到第四年這三年間營業額之平均成長率為【 】。（以百分比表示）

7. 一數列之遞迴關係式為 $a_n = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ 3a_{n-1} + 6, & n \geq 2 \end{cases}$ ，則此遞迴之一般項為【 】。

8. 一組二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，且 $x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 20$ ，令 $E(a, b) = (y_1 - (a + bx_1))^2 + (y_2 - (a + bx_2))^2 + \cdots + (y_{10} - (a + bx_{10}))^2$ ，在 $a = 2, b = 3$ 時， $E(a, b)$ 有最小值，則 $y_1 + y_2 + \cdots + y_{10}$ 之值為【 】。

9. 一變量 y 共有 20 筆資料為 $y_1, y_2, \dots, y_{20}$ ，其標準化數據為變量 z ，資料為 $z_1, z_2, \dots, z_{20}$ ，若函數 $f(x) = (x - z_1)^2 + (x - z_2)^2 + \cdots + (x - z_{20})^2$ 在 $x = \alpha$ 時，有最小值 β ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ 【 】。

10. 一個朝上著色的正三角形邊長為 1 公分。在每一輪中，連接著色的正三角形之三邊中點形成新的圖形。如圖為進行兩輪後的結果。



依此規律進行七輪後之三角形中，全部白色部分之周長為【 】。

11. 變量 X 有 10 筆資料，分別為 $x_1, x_2, \dots, x_8, 60, 70$ ，且其算術平均數為 50，標準差為 $\sqrt{5}$ ，變量 Y 亦有 10 筆資料，分別為 $x_1, x_2, \dots, x_8, 50, 80$ ，則變量 Y 之變異數為【 】。

12. 一等差數列，其公差為正值，若前 7 項之算術平均數為 6，標準差為 $\sqrt{14}$ ，則此數列前 10 項和為【 】。

13. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，共 10 項，其偶數項之和為 5，奇數項之和為 10，則此數列首項之值為【 】。

第貳部分：混合題（占 28 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 16 題組

阿美想購買一間套房，於某地區調查房間坪數與售價之資料如下表，請問

坪數 (x)	10	12	13	17	18
售價 (萬元)(y)	290	345	400	455	510

14. 請問 x, y 之相關係數為【 】。（填充題，6 分）

15. 請問 y 對 x 之迴歸直線方程式為【 】。（填充題，5 分）

(y 值不採計單位萬元，點斜式表示)

16. 若阿美以 420 萬購得一間 16 坪之套房，但存款不足，需向銀行貸款 300 萬，每月還款本息，貸款月利率為 0.2%，採每月複利一次計算，貸款開始後一個月開始還款，若每月還款金額皆相等，且五年還清，請問每月還款金額為何？

($1.002^{59} \approx 1.125$ ， $1.002^{60} \approx 1.127$ ，答案四捨五入至整數位)（非選擇題，7 分）

17-18 題組

設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式 $\begin{cases} a_1 = 9 \\ na_{n+1} = (n+2)a_n - 2, n \geq 1 \end{cases}$ ，回答下列問題：

17. 請求出 a_2, a_3 之值，並依結果推測一般項 a_n 為何？（非選擇題，3 分）

18. 請用數學歸納法驗證推測之結果。（非選擇題，7 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 134 2. 14 3. 125

4. 51 5. 4848 6. -40% 7. $5 \times 3^{n-1} - 3$

8. 80 9. $(0, 20)$ 10. $\frac{6177}{128}$ 11. 45

12. $60 + \frac{15}{2}\sqrt{14}$ 13. $\frac{7680}{1023}$

第貳部分：混合題

14. $\frac{21\sqrt{460}}{460}$ 15. $y - 400 = \frac{1155}{46}(x - 14)$ 16. 53244 元

17. $a_2 = 25$, $a_3 = 49$, $a_n = (2n + 1)^2$ 18. 略