

臺中市立臺中第一高級中等學校試場規則：

十二、答案卷（卡）應書寫正確之座號、姓名並正確劃記，違者該科扣 10 分。

一、單選題(每題 6 分，共 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，劃記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知 a 、 b 皆為正實數，若 $y = |x - a| + b|x - 2|$ 的圖形通過 $(0, 3)$ 及 $(1, 2)$ 兩點，

則數對 (a, b) 為下列何選項？

- (1) $(\frac{1}{4}, 1)$ (2) $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ (3) $(1, 1)$ (4) $(2, 1)$ (5) $(1, 2)$

2. 三相異點 A ， B ， O ，假設兩射線共端點 O 且夾角為 60° ，而點 A 落於一射線上，

點 B 落在另一射線上且 $\overline{AB} = 2$ 。試問 $\overline{OB}$ 的最大可能值為下列何選項？

- (1) 1 (2) $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) 2 (5) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

3. 從 100 到 250 的整數中隨機選取一數，設 p 是其十位數字大於個位數字的機率。關於 p 值的範圍，試選出正確的選項。

- (1) $0.15 \leq p < 0.25$ (2) $0.25 \leq p < 0.35$
(3) $0.35 \leq p < 0.45$ (4) $0.45 \leq p < 0.55$
(5) $0.55 \leq p < 0.65$

4. 在 xy 平面上，滿足 $x + 2y \geq 4$ ， $x - y \geq -1$ ， $x + by \leq c$ 的點中，若 $x^2 + y^2$ 的最大值為 13，則 $x + by = c$ 的斜率不可能是下列何選項？

- (1) -2 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2 (5) $\frac{5}{2}$

二、多選題(每題 8 分，共 40 分)

說明：第 5 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；所有選項均未作答或答錯 3 個(含)以上選項者，該題以零分計算。

5. 設 $f(x)$ 是三次多項式，且 $f(x)$ 的最高次項係數為 1。若 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 2$ 的餘式為 $25x - 27$ ，且對任意實數 t ，恆滿足 $f(1-t) + f(3+t) = 6$ 。

請選出正確敘述的選項。

- (1) $y = f(x)$ 之對稱中心(反曲點)坐標為 $(2, 6)$
- (2) $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 附近的圖形近似 $y = 4x - 2$
- (3) $f(1) = -2$
- (4) $f(2 + \sqrt{3}) = 7\sqrt{3} + 3$
- (5) 函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸恰有一個交點

6. 坐標平面上，直線 $y = k$ ($k > 0$) 與函數 $y = 3^x$ 、 $y = 9^x$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點。 $d_k = \overline{AB}$ 代表 A 、 B 兩點的距離。請選出正確敘述的選項。

- (1) A 在 B 左側
- (2) $d_1 = 0$
- (3) $d_3 = \frac{1}{2}$
- (4) d_3 、 d_6 、 d_9 三數成等差數列
- (5) $d_k = \log_9 k$

7. 坐標平面上平行四邊形 $ABCD$ ，其中 $A(3, -2)$ 、 $B(1, 6)$ 、 $C(-3, 2)$ 。設二階方陣 M 為在坐標平面上定義的線性變換，可將 A 映射到 B 且將 B 映射到 C 。請選出正確的選項。

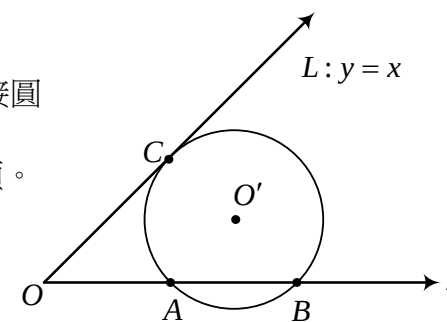
- (1) 另一頂點 $D(-1, -6)$
- (2) 四邊形 $ABCD$ 的面積為 20
- (3) M 定義的線性變換亦可將 C 映射到 D 且將 D 映射到 A
- (4) M 是旋轉矩陣
- (5) $M^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

8. 如圖， O 為原點， A 、 B 為在 x 軸上相異兩點，

直線 $L: y = x$ ，已知 $\overline{OA} = 2$ 、 $\overline{OB} = 4$ 且 $\triangle ABC$ 之外接圓

圓 P (中心為 O') 與 L 相切於 C 。試選出正確的選項。

- (1) $\overline{OC} = 2\sqrt{3}$
- (2) 若點 D 為在 L 上異於 C ，則 $\angle ACB > \angle ADB$
- (3) 圓 P 之半徑為 $\sqrt{2}$
- (4) $\overline{OO'} = 2\sqrt{3}$
- (5) $\triangle ABC$ 的面積為 2



9. 將函數 $f(x) = x^3 - x + 1$ 的圖形向右平移 1 單位，成為新的函數 $g(x)$ 的圖形，設二函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 所圍成的區域為 R ，選出正確的選項：

- (1) $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$
- (2) 二函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的圖形有三個交點
- (3) 在區間 $[-2, 0]$ ， $f(x) \geq g(x)$
- (4) 在區間 $[0, 2]$ ， $f(x) \geq g(x)$
- (5) 區域 R 的面積為 $\frac{1}{2}$

三、選填題(每題 6 分，共 36 分)

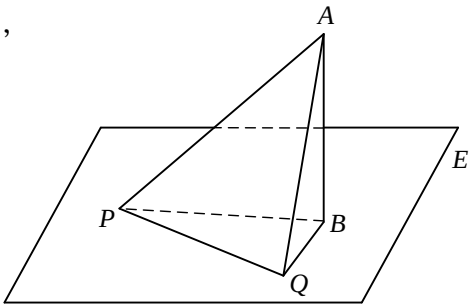
說明：第 A 題至第 F 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑩～⑳)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 某校期末考試中某一題多重選擇題，共有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個選項，而五個選項中至少有一個選項是正確的。計分方式為：「完全正確得 7 分，只錯一個選項可得 5 分，只錯兩個選項可得 3 分，答錯三個或三個以上選項者不給分」。若莫遲疑確定 A 選項是正確且 B 選項是錯誤的，另外 C 、 D 、 E 三個選項他不經

考慮隨意猜答，則莫遲疑此題得分之期望值為 $\frac{\textcircled{10}\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ 分。(最簡分數)

B. 設直線 L 通過 $A(5, -3, 6)$ ， $B(5, 0, 3)$ 兩點，又 L 在平面 $E: 2x - y + 2z = 7$ 之正射影的直線方程式為 $\frac{x-a}{c} = \frac{y-b}{d} = \frac{z-1}{-1}$ ，試求序組 $(a, b, c, d) = \underline{\textcircled{13}, \textcircled{14}, \textcircled{15}, \textcircled{16}}$ 。

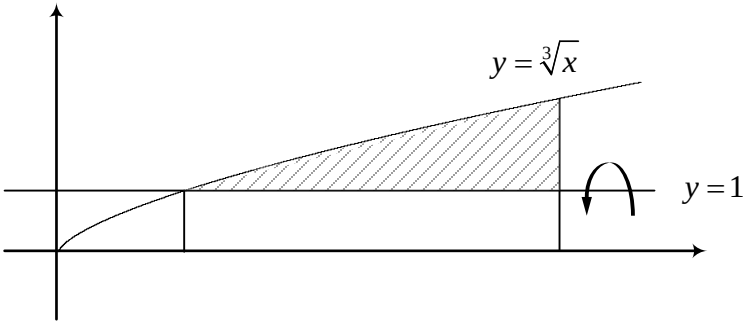
C. 如圖，設空間中一點 A 在平面 E 上投影為 B ， P 、 Q 均在平面 E 上，平面 APQ 與平面 BPQ 所交成的兩面角為 45° 。且 $\angle APQ = 60^\circ$ ， $\overline{PA} = 4\sqrt{6}$ ，則 $\overline{PA}$ 在平面 E 上之正射影長為 $\underline{\textcircled{17}\sqrt{\textcircled{18}\textcircled{19}}}$ 。



D. 為了要診斷病人是否得到某種疾病，診所或醫院可能會利用篩檢(Screening)來測試某種疾病的存在與否，若篩檢呈現陽性代表可能得到某種疾病，若呈現陰性則代表可能沒有得到疾病。六十多歲的 A 女士，因身體不適，遂到醫院篩檢，被告知某種疾病呈現陽性反應。已知該疾病在 A 女士所屬族群之盛行率(Prevalence)大約 5%，若罹患此疾病被檢驗結果為陽性(靈敏度)與不患此疾病而被檢驗結果為陰性(特異度)之機率皆為 85%，試求 A 女士確實罹患此疾病之機率為 0.20212223。(四捨五入至小數點第四位)

E. 在坐標平面上的點序列 $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3), \cdots$ ，對所有的 $n=1, 2, 3, \cdots$ 都滿足 $(a_{n+1}, b_{n+1}) = (\sqrt{3}a_n - b_n, a_n + \sqrt{3}b_n)$ ，若 $(a_{100}, b_{100}) = (2^{99}, 2^{100})$ ，則 $a_1 + b_1 =$ 24。

F. 如下圖，曲線 $y = \sqrt[3]{x}$ 在 $1 \leq x \leq 8$ 範圍內，繞 $y = 1$ 旋轉一圈所得的旋轉體體積為 $\frac{2526}{2728}\pi$ 。



試題結束

市立臺中一中 112 學年度第一學期期末考 高三數學甲
參考答案

一、單選題(每題 6 分，共 24 分)

1.(2) 2.(5) 3.(3) 4.(3)

二、多選題(每題 8 分，共 40 分，8－6－4－0 分)

5. (3)(4)(5) 6. (2)(3) 7. (1)(3)(5) 8. (2)(3)(5) 9. (1)(3)(5)

三、選填題(每題 6 分，共 36 分)

A. $\frac{31}{8}$ B. (3,1,2,2) C. $2\sqrt{15}$ D. 0.2297 E. 1 F. $\frac{31}{10}\pi$