

台中市台中女中 112 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 下列選項何者正確？

- (1) 若 a 為有理數、 b 為無理數，且 $a < b$ ，則至少有一無理數 x 使得 $a < x < b$
- (2) 若 a, b 為實數， $2a + b$ 為有理數且 ab 為無理數，則 a, b 均為無理數
- (3) 若 a, b 為實數，且 $a + b\pi = 0$ ，則 $a = b = 0$
- (4) 若 a 為一非零實數，且 a^{10} 與 a^{18} 都是有理數，則 a 亦為有理數
- (5) $\frac{63}{168}$ 可化為一有限小數

2. 數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ 三點，已知 A 點在 B 點左方，且 $|x - a| = 3|x - b|$ ，則下列選項何者正確？

- (1) A 點在 P 點左方
- (2) B 點在 P 點右方
- (3) $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 1$
- (4) $\overline{AB} : \overline{PB} = 4 : 1$
- (5) $x > \frac{a + 2b}{3}$

3. 已知實數 x, y 滿足 $|2x + 3| \leq 5$ 且 $x - 2y + 5 = 0$ ，則下列各式之範圍哪些正確？

- (1) $\frac{1}{2} \leq y \leq 3$
- (2) $1 \leq x^2 \leq 16$
- (3) $-2 \leq xy \leq 3$
- (4) $-8 \leq \frac{x}{y} \leq 2$
- (5) $-\frac{25}{2} \leq xy + x + y + 3 \leq 10$

二、填充題（占 66 分）

說明：第 4 題至第 14 題，每題 6 分。

4. 設 $\sqrt{23 - 6\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，

則 $\frac{4}{a+2b} - \frac{2}{b} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

5. 設 a, b 皆為非零實數，若 $|ax + b| = 4$ 的解為 $x = 2$ 或 $x = -\frac{2}{3}$ ，

則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

6. 試求不等式 $2|x - 1| < |x + 3| + x$ 的解區間為【 】。（請以區間符號表示）

7. 若 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，則 $x^5 + \frac{1}{x^5} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

8. 放射性物質的半衰期 T 定義為：每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來一半。假設一物質在 2008 年時的質量為 m 公克，半衰期為 n 年，2013 年記錄到此物質的質量為 80 公克；2023 年記錄到此物質的質量為 5 公克。試求數對 $(m, n) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

9. 化簡 $\sqrt[4]{9^3 \times (\sqrt[3]{0.25})^2} \times 3^{-\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{12} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

10. 美國科學家 Donald Ervin Knuth 定義「雙箭號」運算符，用來表示重複的冪運算，其表示法如下：

$$a \uparrow\uparrow b = a^{a^{\cdot^{\cdot^a}}}$$

例如： $3 \uparrow\uparrow 2 = 3^3 = 27$ ； $2 \uparrow\uparrow 3 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$

試求為 $4 \uparrow\uparrow 3$ 【 】位數。（ $\log 2 \approx 0.3010$ ）

11. 溶液的酸鹼程度常以 pH 值來衡量。若溶液中的氫離子濃度為 x 莫耳/升，pH 值就定為 $-\log x$ 。今有 5 升 pH 值為 2 的 A 溶液，若想將其調配成 pH 值為 3 的溶液，則須與【 】升 pH 值為 4 的 B 溶液充分混合。（假設混合後體積不變）

12. 設 a 為 $3.2\overline{7}$ 的小數部分， b 為 $\log 54$ 的小數部分，則 $\frac{1}{a} + 10^b = \text{【 】}$ 。

13. 設 a, b, c 皆為整數，且同時滿足以下三項條件：

(1) $300 \leq a, b, c \leq 500$

(2) $ab + 25 = a^2 + 5b$

(3) $b^2 + bc + c^2 = b^3 - c^3$

則序列 (a, b, c) 的解共有 **【 】** 組。

14. 設 a, b, c 皆為非零實數，且 $4^x = 5^y = 10^z$ ，若 $\frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{k}{z}$ ，

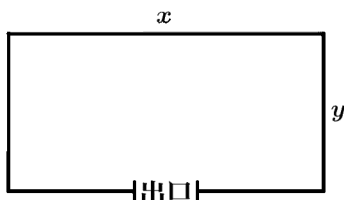
則實數 $k = \text{【 】}$ 。

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 — 16 題組

小晴想用長為 98 公尺的安全圍欄圍出一矩形社團迎新場地，此場地為 x 公尺、寬為 y 公尺，且其中一側需設置寬為 2 公尺的出口，如右圖所示，則：



15. 此迎新場地的最大面積為多少平方公尺？（非選擇題，7 分）

16. 此時數對 $(x, y) = ?$ （非選擇題，3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 125 2. 135 3. 14

4. -4

5. $(3, -2)$ 或 $(-3, 2)$

6. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

7. 123

8. $\left(320, \frac{5}{2}\right)$

9. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 155

11. 50

12. 9

13. 395

14. 4

第貳部分：混合題

15. 625 16. $(25, 25)$