

台中市文華高中 112 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 78 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 已知 $a = \log 2$ ， $b = \log 7$ ，則 $10^{3a-b} + \log \frac{1}{100}$ 為何？

(1) $-\frac{8}{7}$

(2) -1

(3) $-\frac{6}{7}$

(4) -3

(5) $\frac{99}{100}$

2. 如圖，坐標平面上，三直線方程式分別為 $L_1: x + 5y - 7 = 0$ 、 $L_2: 2x + y + 4 = 0$ 、 $L_3: ax + by + 1 = 0$ ，且此三直線兩兩分別交於點 A 、 B 、 C ，下列何者正確？

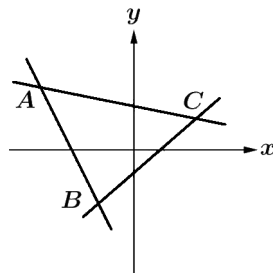
(1) 直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 為 L_1

(2) 直線 $\overleftrightarrow{BC}$ 為 L_2

(3) 直線 $\overleftrightarrow{CA}$ 為 L_3

(4) $a > 0$ 且 $b < 0$

(5) $a < 0$ 且 $b > 0$



3. 已知坐標平面上，過點 $(-3, 1)$ 且與兩坐標軸截距相等的直線有兩條，若此兩條直線的方程式分別為 $y = m_1x + b_1$ 、 $y = m_2x + b_2$ ， $m_1 + m_2 + b_1 + b_2 = ?$

(1) $-\frac{10}{3}$

(2) -3

(3) 1

(4) $\frac{14}{3}$

(5) $\frac{16}{3}$

4. 坐標平面上，三直線 $L_1 : x - y + 5 = 0$ 、 $L_2 : 2x + y + 4 = 0$ 、 $L_3 : kx + y + 1 = 0$ 無法圍成三角形，則所有可能的 k 值之和為何？

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

(5) 5

5. 已知與 x 軸、 y 軸皆相切且通過 $(2, 1)$ 的圓有兩個，則此兩個圓的半徑之和為下列哪個選項？

(1) 2

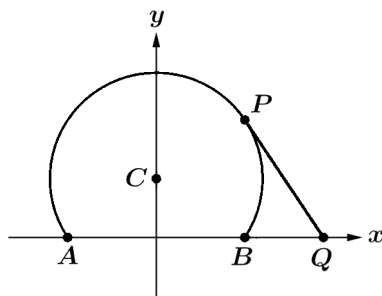
(2) 3

(3) 4

(4) 5

(5) 6

6. 如圖，有一圓弧大廈從正面看過去，其輪廓由圓弧形與一段底座組成，在坐標平面上，圓心為 $C(0, a)$ ，弦 $\overline{AB}$ 為圓弧形大廈的底座。某人從 x 軸正向上一點 Q 仰望圖中圓弧形大廈，他所能看到的最高點為 $P(3, 4)$ ，已知直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 的方程式為： $3x + by - 17 = 0$ ，則 $a + b = ?$



- (1) $\frac{3}{2}$
- (2) 3
- (3) $\frac{7}{2}$
- (4) 4
- (5) $\frac{11}{2}$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

7. 某人正在研究一個關於 2 的次方的數字 $2^{(2^n)}$ ，當 $n = 1$ 時， $2^{(2^1)} = 2^2$ ，當 $n = 2$ 時， $2^{(2^2)} = 2^4$ ，當 $n = 3$ 時， $2^{(2^3)} = 2^8$ ，以此類推，則下列敘述哪些正確？

($\log 2 \approx 0.3010$)

- (1) 當 $n = 5$ 時，該數字為 2^{32}
- (2) $2^{(2^n)} = (2^2)^n = 4^n$
- (3) 當 $n = 8$ 時，該數字為 x ，當 $n = 5$ 時，該數字為 y ，則 $\frac{x}{y} = 2^3 = 8$
- (4) 當 $n = 8$ 時，將該數字表為 10^k ，則最接近 k 的整數為 77
- (5) 當 $n = 8$ 時，該數字是一個 77 位的正整數

8. 設 b 為實數，坐標平面上三點 $A(1, -2)$ 、 $B(-3, 4)$ 、 $C(6, b)$ ，請問下列敘述哪些正確？

(1) 若 $b = -8$ ，則 A 為 B 、 C 的中點

(2) 若 A 、 B 、 C 三點共線，則 $b = -\frac{19}{2}$

(3) 若 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ，則 $b = 10$

(4) 若 $b = -6$ ，則直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 向右平移 1 個單位再向上平移 2 個單位會通過 C 點

(5) 若 B 、 C 在直線 $x - y - 5 = 0$ 的不同側，則 $b < 1$

9. 已知平面坐標中，圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y + f = 0$ 和直線 $L: x - y - 3 = 0$ ，則下列敘述哪些正確？

(1) 圓 C 的圓心為 $(-2, 3)$

(2) $f < 13$

(3) 滿足圓 C 上每一點皆在同一個象限內的整數 f 有 3 個

(4) 若圓 C 與直線 L 交於兩點 A 、 B ，且 $\overline{AB} = 6$ ，則 $f = 2$

(5) 若圓 C 上恰有 3 個點到 L 的距離為 $\sqrt{2}$ ，則 $f = 5$

三、填充題（占 24 分）

說明：第 10 題至第 12 題，配分於題後。

10. 已知坐標平面上三點 $A(0, 0)$ 、 $B(0, 8)$ 、 $C(-2, 6)$ ，

(1) 若 $\overline{BC}$ 的中垂線方程式為 $x + by + c = 0$ ，則 $(b, c) = (\textcircled{10-1}, \textcircled{10-2} \textcircled{10-3})$ 。

(3 分)

(2) 已知一圓過 A 、 B 、 C 三點，則此圓的圓心坐標為 $(\textcircled{10-4}, \textcircled{10-5})$ 。(3 分)

11. 坐標平面上，已知圓 $C : (x+2)^2 + (y-4)^2 = 49$ 和一點 $A(1, 0)$

(1) 若點 A 與圓 C 上的點最遠的距離為 a ，最近的距離為 b ，

則 $a^2 - b^2 = \textcircled{11-1} \textcircled{11-2} \textcircled{11-3}$ 。(5 分)

(2) 圓 C 所有過點 A 的弦中，最短的弦為 $\overline{PQ}$ ，

則 $\overline{PQ}$ 的長度為 $\textcircled{11-4} \sqrt{\textcircled{11-5}}$ 。(5 分)

12. 平面坐標上兩點 $A(1, -2)$ 、 $B(-5, 1)$ 與一直線 $L : 2x + 3y - 19 = 0$ ，若 B 對 L 的對稱點為 C ，則

(1) C 點坐標為 $(\textcircled{12-1}, \textcircled{12-2} \textcircled{12-3})$ 。(5 分)

(2) 在 L 上找一點 P ，使得 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有最小值 m ，

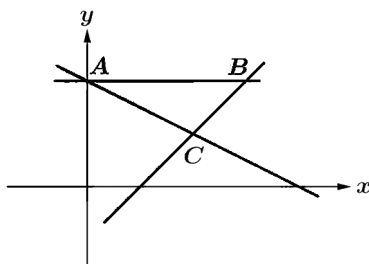
則 $m = \sqrt{\textcircled{12-4} \textcircled{12-5} \textcircled{12-6}}$ 。

第貳部分：混合題（占 22 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13 — 14 題組

在坐標平面上，三直線 $L_1 : x + 2y - 8 = 0$ 、 $L_2 : x - y - 2 = 0$ 、 $L_3 : y - 4 = 0$ 兩兩交於點 A 、 B 、 C ，如圖，若 $\triangle ABC$ 所圍成的區域(含邊界)為 R ，則：



13. 下列不等式何者可以表示區域 R ? (單選題, 5 分)

$$(1) \begin{cases} x + 2y - 8 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \\ y - 4 \geq 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 2y - 8 \geq 0 \\ x - y - 2 \geq 0 \\ y - 4 \leq 0 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x + 2y - 8 \leq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \\ y - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + 2y - 8 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \\ y - 4 \leq 0 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x + 2y - 8 \leq 0 \\ x - y - 2 \geq 0 \\ y - 4 \leq 0 \end{cases}$$

14. 直線 $y = mx + k$ 過點 $(1, -3)$ 且與區域 R 有交點, 則 m 的範圍為【 】。

(填充題, 5 分)

15 — 16 題組

坐標平面上, 已知圓 $C: (x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$, 和圓外一點 $A(1, 0)$, 若從點 A 作圓 C 的切線 (有兩條), 分別切圓 C 於 P 、 Q 兩點,

15. 若 $\triangle APQ$ 的外接圓方程式為 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = k$, 則 $a+b+k = \frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}}$ 。(選填題, 5 分)

16. 求此兩切線的直線方程式。(非選擇題, 7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 5 3. 1 4. 2 5. 5 6. 4

7. 14 8. 2345 9. 2345

10. (1) $(1, -6)$; (2) $(2, 4)$

11. (1) 140 ; (2) $4\sqrt{6}$

12. (1) $(3, 13)$; (2) $\sqrt{229}$

第貳部分：混合題

13. 4

14. $m \leq -7$, $m \geq \frac{7}{5}$

15. $\frac{31}{4}$

16. $24x - 7y - 24 = 0$, $y = 0$