

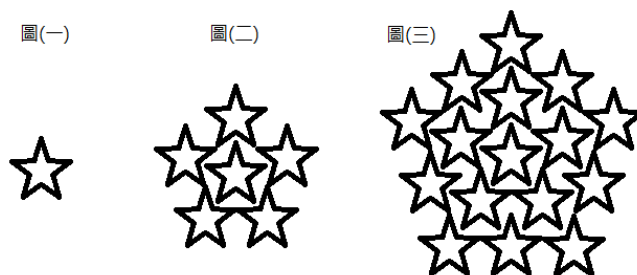
台北市立第一女子高級中學 112 學年度 第一學期

高三數學乙考科第三次期中考題目卷

一、單一選擇題（每題 7 分，共 28 分）

1. 小臻隨意塗鴉畫星星如右圖，圖(一)有 1 顆星星，圖(二)有 6 顆星星，圖(三)有 16 顆星星，以此類推，則圖(十)會有多少顆星星？

- (1) 181
(2) 226
(3) 276
(4) 331
(5) 391



2. 有一燈罩為圓錐的燈泡嵌在離地面 4 公尺的天花板上，通電後此燈泡向下照射到地面形成一個圓，且此圓的直徑為 4 公尺。假設我們把此燈泡連同燈罩轉動角度 θ 後，地面上光影形成拋物線的一部份，則 $\tan \theta$ 為下列哪一個數值。

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (3) 1 (4) 2 (5) 4

3. 已知大型狗的實際年齡(x)對照到人的年齡(y)滿足下列關係式：
 $y = 16 \times \ln x + 31$ ，其中 $\ln x = \log_e x$ ， $e \approx 2.71828$ ，假若狗主人希望他的狗可以跟他一樣活到 80 歲，則下列哪一個狗的實際年齡最接近人類的 80 歲？

- (1) 10 (2) 15 (3) 20 (4) 25 (5) 30

4. 下列哪一個函數圖形與 $y = \sin x$ 的圖形交點數最多？

- (1) $y = 2^x$ (2) $y = \log x$ (3) $y = \frac{1}{2}x$ (4) $y = x^3 - x$ (5) $y = |x|$

5. 若 a 為實數，設二次函數 $f(x) = x^2 - 2ax + (a-2)^2$ ，滿足 $f(0)f(1) < 0$ ，則符合條件的整數 a 有幾個？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 30 分，整題未作答不計分。）

6. 將地球儀設定成一個坐標空間，其中球心為原點 O ，赤道位於 xy 平面上， z 軸正方向為球心往北極的方向， 0 度經線位於 xz 平面上且交 x 軸於 $(r, 0, 0)$ 。已知地球儀上兩城市的坐標分別為 $A(0, 2\sqrt{2}, 0)$ 、 $B(-\sqrt{3}, -1, c)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $r = 2$ 。
- (2) 點 A 位於東經 90° 線上。
- (3) 點 B 位於西經 30° 線上。
- (4) 點 B 位於北緯 45° 線上。
- (5) A 、 B 兩點的球面距離大於 r 。

7. 平面上有一個 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， G 為 $\triangle ABC$ 的重心，若有一直線過 G 點，且與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 交於 P 、 Q 兩點，

$\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AP} + y\overrightarrow{AQ}$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\cos A < 0$
- (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$
- (3) $x = y = \frac{1}{3}$
- (4) $x + y < 1$
- (5) $\overline{AG} > 2$

8. 擲一顆公正骰子兩次，得到的點數分別為 m, n ，直線 $L: y = mx$ ，圓 $C: (x - m)^2 + (y - n)^2 = 1$ ，試選出正確的選項。

- (1) 當 $m = 1$ 時， L 跟圓 C 交兩點的機率為 $\frac{1}{3}$
- (2) 已知其中一顆骰子擲出點數 1，則 L 跟圓 C 相交的率為 $\frac{1}{6}$
- (3) 直線 L 跟圓 C 交兩點的機率為 $\frac{2}{9}$
- (4) 直線 L 通過圓心的機率為 $\frac{1}{18}$
- (5) 已知直線 L 跟圓 C 沒有交點，則圓 C 在直線 L 左半平面的機率為 $\frac{1}{7}$

三、填充題(每題 7 分，共 28 分)

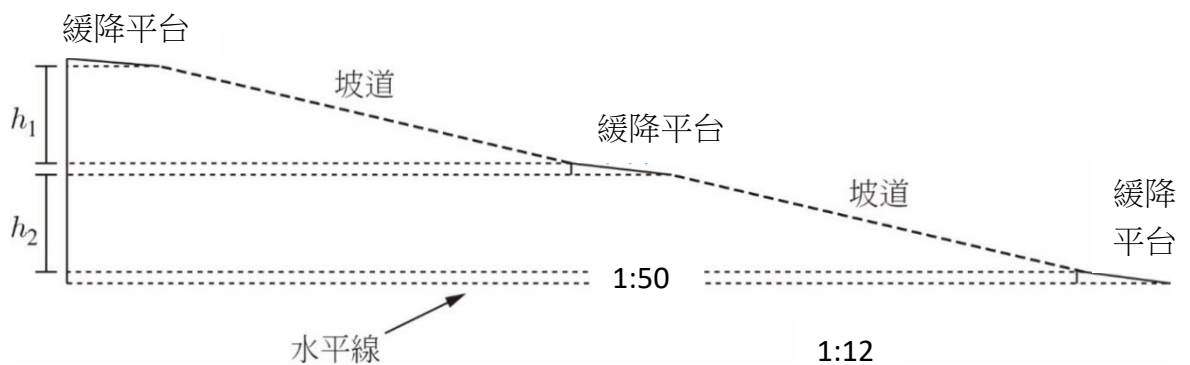
9. 已知三次多項函數 $y = f(x)$ 滿足 $f(0) + f(2) = 2f(1)$ ，以 $x+1$ 除之餘 9，且在 $x=1$ 處的近似直線(切線)為 $y = 2x+3$ ，則 $f(0)$ 的值為 $\odot$ 。

10. 已知矩陣 A 為 2 階方陣，座標 (x, y) 透過 $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 的變換，將下列四個點 $(0,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(1,1)$ 、 (p,q) 變換成 $(5,6)$ 、 $(6,9)$ 、 $(8,13)$ 、 $(9,16)$ ，則 (p,q) 為 $(\odot, \odot)$ 。

11. 根據內政部營建署《建築物無障礙設施設計規範》，無障礙通路之設計需符合以下規定。

- 坡道之坡度（高度與水平長度之比值）不得大於 $\frac{1}{12}$ 。
- 坡道之起點及終點，應設置長、寬各 150 公分以上之緩降平台。此處的長，指的是水平長度，而非斜坡長度。
- 坡道的中間應設置適當數量的緩降平台，使得每段坡道的高差不超過 75 公分，且緩降平台的水平長度至少 150 公分。
- 各緩降平台之坡度不得大於 $\frac{1}{50}$ 。

下圖為示意圖，其中 $h_1, h_2 \leq 75$ ；坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。



依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，一條水平長度最大為 30 公尺的無障礙坡道，若坡道與水平線的夾角為 θ ， θ 為銳角，則 $\tan \theta$ 的最小值為 $\frac{\odot \odot}{\odot \odot \odot}$ 。

四、混合題(共27分)

12. 已知早期城堡有如圖(一)的設計，在每一個頂角外包一個圓拱，若在頂點 A 處的圓拱，是以 A 為圓心，半徑為 1 單位的圓，兩側邊上各有一點 P 、 Q 滿足 $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2$ 單位， $\angle PAQ = 120^\circ$ ，分別從 P 、 Q 做此圓拱的切線，這兩條切線與圓拱形成的區域 Γ (圖中的陰影區域) 為此城堡防禦上的死角，則下列何者最接近此區域 Γ 的面積(平方單位)? (7 分)

- (1) 0 (2) $\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $\frac{3}{2}$ (5) 2

13. 為了避免防禦上的死角，城堡的設計出現了不少改良，其中位於日本函館的五稜郭城堡，即是一個五芒星的城堡(如圖二)，若將頂點中 $ACEGI$ 五點連接，為一正五邊形，且五芒星的 10 個邊長皆相等。

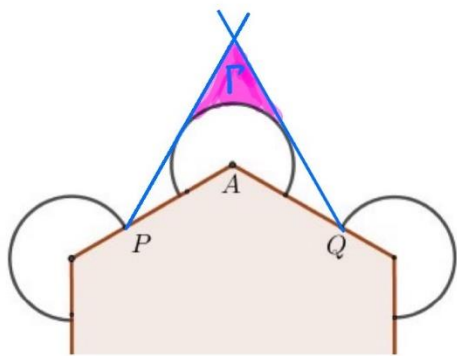
數學老師買了一個五芒星的飾品，其邊長為 2，且點 A 、 C 、 E 、 G 、 I 的頂角皆為 60° ，則下列哪些選項正確。(10 分)

- (1) $\overline{BJ} = 2$ (2) $\angle JBD = 120^\circ$ (3) $\angle ABC = 120^\circ$ (4) $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$
 (5) $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} > \sqrt{3}$

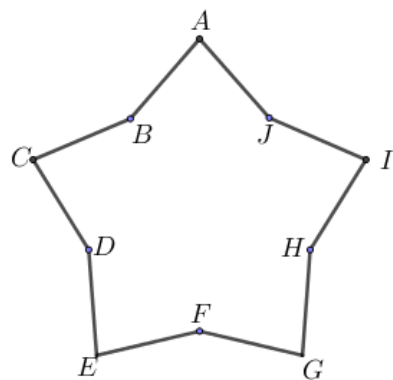
14. 若數學老師選了一個更大的五芒星想送給數學小老師，且數學老師想自製一個禮盒裝上此飾品，經量測 $\overline{AC} = 4$ ，則此飾品兩頂點長度的最大值為何?

(請寫出詳細過程，無理數部分不需求近似值，可直接以無理數表示。)

(10 分)



圖(一)



圖(二)

台北市立第一女子高級中學 112 度 第一學期

高三數學乙考科第二次期中考 答案卷

班級：三年_____班 座號：_____ 姓名：_____

*總分超過 100 分時，則以 100 分計。

一、單選題（每題 6 分，共 12 分）

1.	2	3.	4.	5
(2)	(4)	(3)	(1)	(2)

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 30 分）

6.	7.	8.
(2)(5)	(1)(2)(5)	(1)(3)(4)(5)

三、填充題(每題 6 分，共 48 分)

9	10	11
4	(2,1)	$\frac{47}{600}$

四、混合題(共 22 分)

12.	13
(2)	(1)(5)

14.：計算題請寫出詳細過程)

$$2(\sqrt{5}+1)$$

$$4 \text{ 平台 } 3 \text{ 坡道} \Rightarrow \text{高度} = 0.03 \times 4 + 0.75 \times 3 > 2m$$

$$\text{最大水平長度 } 30 - 1.5 \times 4 = 24 \text{ m}$$

$$\text{最小坡道高度 } 2 - 0.03 \times 4 = 1.88$$

$$\text{則 } \tan \theta \text{ 的最小值為 } \frac{1.88}{24} = \frac{47}{600}$$