

# 台南市台南女中 112 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 95 分）

## 一、單選題（占 30 分）

---

|                        |
|------------------------|
| 說明：第 1 題至第 5 題，每題 6 分。 |
|------------------------|

1. 化簡  $\log 100 + \log \sqrt{10} + 10^{\log 6} = ?$

(1) 2.2781

(2) 8

(3) 9

(4)  $\frac{15}{2}$

(5)  $\frac{17}{2}$

2.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left((3 + \sqrt{10})^9 \times (3 - \sqrt{10})^9\right) = ?$

(1)  $\frac{1}{2}$

(2)  $\frac{3}{2}$

(3)  $\frac{5}{2}$

(4)  $\frac{5}{3}$

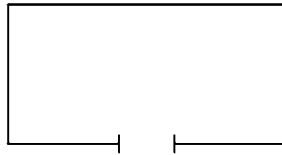
(5)  $-\frac{1}{3}$

3. 滿足  $3 \leq |2x - 5| < 10$  的整數  $x$  有多少個？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 7
- (4) 8
- (5) 9

4. 南女開心農場裡有位農夫想利用 100 公尺的竹籬圍成一個矩形的菜園，並在其中一個邊的正中央留下 4 公尺的出入口如圖。請問這此農夫所能圍成的菜園面積最大為多少平方公尺？

- (1) 529
- (2) 576
- (3) 625
- (4) 676
- (5) 729



5. 某艘超大型貨櫃輪船疑似因瞬間強風吹襲導致船身偏離航道，在埃及蘇伊士運河擱淺，造成運河航行受阻，全球貨物貿易損失每小時達 4 億美元。已知該艘貨櫃輪船長度約  $10^{2.602}$  公尺，若將其船身直立起，則它的高度與下列何者最接近？(已知  $10^{0.3010} \approx 2$ )

- (1) 巴黎的艾菲爾鐵塔 (高度約 300 公尺)
- (2) 高雄的 85 大樓 (高度約 348 公尺)
- (3) 杜拜的瑪麗娜 23 大廈 (高度約 395 公尺)
- (4) 紐約的中央公園塔 (高度約 472 公尺)
- (5) 台北的 101 大樓 (高度約 508 公尺)

## 二、多選題 (占 15 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

6.  $k$  為常數，若方程式  $|x| + |x - 2| = k$  有實數解，則  $k$  可能為下列哪些選項？

(1)  $1.\overline{87}$

(2)  $\log 112$

(3)  $\sqrt{4 - \sqrt{12}}$

(4)  $2^{0.6}$

(5)  $\frac{2023\sqrt{5} + \pi}{2024}$

7. 某機構在 12 點時將兩種不同的營養劑分別投入培養皿甲與培養皿乙中，此時甲、乙的細菌數量分別為  $X$ 、 $Y$ 。已知甲的數量每 3 小時成長為原來的 2 倍，例 15 時甲的數量為  $2X$ 。乙的數量每 2 小時成長為原來的 3 倍，例如 14 點時乙的數量為  $3Y$ ，測量所得結果部分記錄於下表。該機構在 18 時量發現甲、乙的數量相同，欲以細菌數量隨時間呈指數成長的模型來預估甲、乙 12 點至 24 點的細菌數量。根據上述，試選出正確的選項。

| 時刻<br>(點) | 12  | 13 | 14   | 15   | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
|-----------|-----|----|------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 甲數量       | $X$ |    |      | $2X$ |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 乙數量       | $Y$ |    | $3Y$ |      |    |    |    |    |    |    |    |    |

(1) 在 13 點時，乙的數量為  $2Y$

(2)  $4X = 9Y$

(3)  $X > Y$

(4) 在 20 點時，甲的數量大於乙的數量

(5) 在 24 點時，乙的數量為甲的  $\frac{27}{4}$  倍

8. 下列哪些方程式恰有一個實數解？

(1)  $|x - 3| = |x + 7|$

(2)  $|x - 3| + |x + 7| = 12$

(3)  $|x - 3| - |x + 7| = 4$

(4)  $|x + 7| - |x - 3| = 4$

(5)  $|x - 3| = 2|x + 7|$

### 三、填充題（占 50 分）

說明：第 9 題至第 18 題，每題 5 分。

9.  $3^{50} - 1$  是  $\textcircled{9-1}\textcircled{9-2}$  位數？（已知  $10^{0.3010} \approx 2$ 、 $10^{0.4771} \approx 3$ ）

10. 已知  $a^{2x} = \sqrt{5} - \sqrt{24}$ ，求  $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$  的值 =  $\frac{\textcircled{10-1}\textcircled{10-2} + \textcircled{10-3}\sqrt{\textcircled{10-4}}}{\textcircled{10-1}\textcircled{10-2}}$ 。

11. 已知  $x + \frac{1}{x} = 4$ ，求  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  之值 =  $\frac{\textcircled{11-1}\textcircled{11-2}}{\textcircled{11-1}\textcircled{11-2}}$ 。

12. 國防部於 2020 年提出免役修正草案，使得未來免役標準更嚴格，其中關於身體指數 (BMI) 的標準為：BMI < 16.5 或 BMI > 35 得以免役。設身高質量指數公式為

$$\text{身體質量指數} = \frac{\text{體重 (公斤)}}{[\text{身高 (公尺)}]^2}$$

已知胖胖的身高為 180 公分，但由於他的 BMI 為 36，所以達免役標準，若他想減重使得 BMI 降至 32 可入伍當兵報效國家，則他須減重  $\frac{\textcircled{12-1}\textcircled{12-2}}{\textcircled{12-1}\textcircled{12-2}}$  公斤。

（四捨五入至整數位）

13. 設  $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，則  $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b}$  的值 =  $\frac{\textcircled{13-1}\textcircled{13-2}}{\textcircled{13-1}\textcircled{13-2}}$ 。

14. 根據調查，九成減重的人面臨復胖困擾，關鍵點在「體脂肪」。現代醫學測量肥胖不再只用體重，而是體脂肪；對於是否須減肥，不再只以「體重」做標準，改以「體脂率」做判斷。體脂肪率是指體重有多少百分比是由脂肪所構成，男性正常體脂率在 14 ~ 23% 之間，女性在 17 ~ 27% 之間，年紀越大體脂率越高，30 歲的男性超過 25%、女性超過 30 即為「肥胖」。如果一位 60 公斤的男性體脂率為 20%，其身體的脂肪重量為體重 (60 公斤) × 體脂率 (20%) = 12 公斤。維持健康之最低體脂肪量：男性 3%、女性 10 ~ 12%。已知某年輕女性體重 50 公斤，且體脂肪率在正常範圍內，若其身體的脂肪重量為  $x$  公斤且  $x$  的

範圍可表為  $|x - a| \leq b$ ，則數對  $(a, b) = \left( \frac{\textcircled{14-1}\textcircled{14-2}}{\textcircled{14-1}\textcircled{14-2}}, \frac{\textcircled{14-3}}{\textcircled{14-4}} \right)$ 。

15. 數線上有  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(13)$ 、 $Q(-27)$  四點，且  $a < b$ ，

若  $P$  在  $\overline{AB}$  上滿足  $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$ ， $Q$  在  $\overline{AB}$  外滿足  $\overline{QA} : \overline{QB} = 2 : 3$ ，

試求  $a + b = \bigcirc \bigcirc$ 。  
15-115-2

16.  $|ax + 7| \leq b$  的解與  $\begin{cases} |x - 1| \leq 3 \\ |x| \geq 3 \end{cases}$  的解相同，則  $a + b = \bigcirc \bigcirc$ 。  
16-116-2

17. 設  $a$  為負整數，已知恰有 9 個整數同時滿足絕對值不等式  $|x - 3| \leq 8$  與  $|x - a| > 10$ ，試問  $a$  值 =  $\bigcirc \bigcirc$ 。  
17-1 17-2

18. 行政院院長表示去年全國稅收超徵 4500 億，所以預計將其中的 1400 億「還稅於民」，每人可以領取 6000 元現金，採「登記入帳」、「ATM 領現」、「郵局領現」、「直接入帳」及「造冊發放」等 5 種方式。已知小元住家與附近郵局及上班的公司都位於同一條筆直的道路，且住家與公司的距離為 5 公里。因為郵局與小元住家的距離比郵局與公司的距離近，所以在今早上班前先從住家沿著此條道路開車到郵局領取 6000 元，再從郵局到公司，總共只需行駛 9 公里。若小元先從住家沿著此條道路開車到公司上班，四點下班再從公司到郵局領取 6000 元，則共需行駛  $\bigcirc \bigcirc$  公里。  
18-1 18-2

第貳部分：非選擇題（占 5 分）

說明：本部分共有 1 大題，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19. 一台搬運貨物的無人車可以透過遠端操作，在一條筆直的工作軌道上移動。已知無人車的訊號發射站設置在工作軌道上的  $A\left(\frac{8}{3}\right)$  及  $B\left(\frac{16}{3}\right)$  兩點，由發射站到無人車的距離和若超過 14，則訊號強度會太差而無法控制無人車。令無人車的位置為  $C(x)$ ，則可控制無人車的實數  $x$  值最大範圍為何？（非選擇題，5 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 5    2. 1    3. 4    4. 4    5. 3

6. 25    7. 35    8. 134

9. 24

10.  $-1 + 2\sqrt{3}$

11. 52

12. 13

13. -1

14.  $\left(11, \frac{5}{2}\right)$

15. 21

16. -1

17. -8

18. 12

第貳部分：混合題

19.  $-3 \leq x \leq 11$