

台北市中山女中 112 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 84 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. $\sin 9^\circ \cdot \cos 54^\circ - \sin 81^\circ \cdot \cos 36^\circ$ 的值為下列何者？

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $-\frac{1}{2}$

(4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 O 為原點，點 $A(2, 0)$ 。點 B 為標準位置 θ 終邊上一點，且 $\overline{OB} = 1$ ，則下列 $\triangle OAB$ 中，何者面積最大？

(1) $\theta = 1$

(2) $\theta = 1.5$

(3) $\theta = 2$

(4) $\theta = 60$

(5) $\theta = 90$

3. 坐標平面上， $y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ 的函數圖形，與 $y = \frac{x}{20}$ 的函數圖形共有幾個交點？

- (1) 6 個
- (2) 7 個
- (3) 26 個
- (4) 27 個
- (5) 28 個

二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

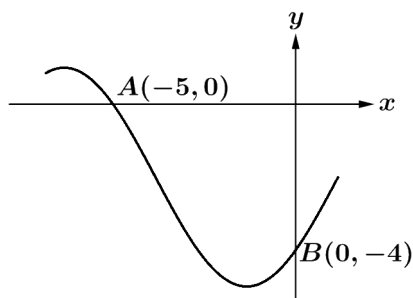
4. 下列哪些選項中的值為有理數？

- (1) $\cos 37^\circ$
- (2) $\sin 3014$
- (3) $1 - 2 \cos^2 \frac{\pi}{6}$
- (4) $\sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{3}}{2}}$
- (5) $\frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{12}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{\pi}{12}}$

5. 令 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x$ ，請選出正確的選項：

- (1) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = 4 \cdot \cos x$ 的圖形做適當平移而來
- (2) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $x = \frac{4\pi}{3}$
- (3) 若 $0 \leq x \leq \pi$ ，則圖形最低點的坐標為 $(\pi, -2)$
- (4) 方程式 $f(x) = 1$ 的最小正實根的值小於 $\frac{\pi}{2}$
- (5) 方程式 $f(x) = 1$ 的最小正實根與最大負實根的和為 $\frac{2\pi}{3}$

6. 右圖為 $y = f(x) = 3\cos(bx + c) - 2$ 的部分圖形，已知圖形與 x 軸交於 $A(-5, 0)$ 、與 y 軸交於 $B(0, -4)$ ， $0 \leq c \leq 2\pi$ ，請選出正確的選項：



(1) 函數 $f(x)$ 的週期為 $\frac{2\pi}{5}$

(2) $b = \frac{\pi}{5}$

(3) $\pi \leq c \leq \frac{3\pi}{2}$

(4) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $\left(\frac{5}{2} - \frac{5c}{\pi}, -2\right)$

(5) 若 $-10 \leq x \leq 0$ ，方程式 $f(x) = -2$ 有 3 實根

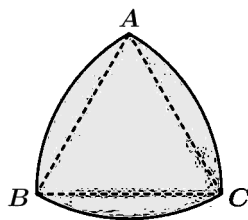
三、填充題（占 48 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每格 6 分。

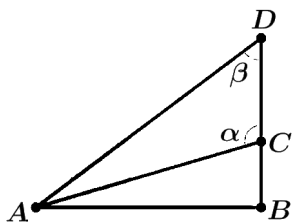
7. 右圖為一邊長為 2 的正三角形 $\triangle ABC$ ，再分別以頂點為圓心，邊長為半徑畫出的三道弧線，試問：

(1) 陰影區域的周長為【 】。

(2) 陰影區域的面積為【 】。



8. 右圖中， $\overline{AB} = 24$ 、 $\overline{AC} = 25$ 、 $\overline{AD} = 30$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ 、 $\angle ACD = \alpha$ 、 $\angle ADC = \beta$ ，則 $\cos(\alpha - \beta) =$ 【 】。

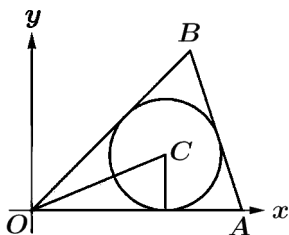


9. 設 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ ，且 $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ，則 $\cos \frac{\theta}{2} =$ 【 】。

10. 在鈍角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B$ 為鈍角，設 $\tan A = \frac{5}{12}$ 、 $\sin B = \frac{4}{5}$ ，則 $\sin C =$ 【 】。

11. 若 $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ ，函數 $f(x) = \sin x - \cos x + 3$ 的最大值為 M ，最小值 m ，則數對 $(M, m) =$ 【 】。

12. 如右圖， O 為原點， A 在 x 軸正向上，已知 $\triangle OAB$ 的內切圓圓心 C 在第一象限，且與原點的距離為 13，與 $\overline{OA}$ 邊的距離為 5，則 $\overline{OB}$ 所在的直線斜率為【 】。



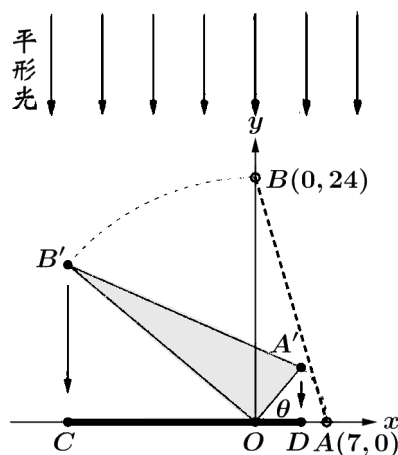
13. 已知圖形 $y = x^3$ 與 $y = \sin x$ 有三個交點。則方程式 $\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)^3 = \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$ 的所有實根總和為【 】。

第貳部分：混合題（占 13 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 16 題組

坐標平面上有一形狀為三角形的木板 OAB ，其三頂點分別為 $O(0,0)$ 、 $A(7,0)$ 、 $B(0,24)$ 。現將木板以頂點 O 為中心，逆時針轉動，如右圖 $OA'B'$ 所示。在轉動過程中，設 $\overline{OA'}$ 與 x 軸正向的夾角為 θ ， $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 。則：



14. 旋轉後 A' 點的 y 坐標可表示為下列何者？

（單選題，3 分）

- (1) $7 \sin \theta$
- (2) $7 \cos \theta$
- (3) $24 \sin \theta$
- (4) $24 \cos \theta$

15. 若有平行光源從 x 軸上方垂直 x 軸射入，則木板 $OA'B'$ 在 x 軸上形成的陰影長度可表示為 $\overline{CD} = a \cdot \sin \theta + b \cdot \cos \theta$ ，則數對 $(a, b) =$ 【 】。（填充題，3 分）

16. 承 15. 題若陰影長 $\overline{CD} = \frac{25}{2}$ ，此時， A' 點的 y 坐標為何？（非選擇題，7 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 2 3. 2

4. 345 5. 1235 6. 234

7. (1) 2π ; (2) $2\pi - 2\sqrt{3}$

8. $\frac{3}{5}$

9. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

10. $\frac{33}{65}$

11. $(3 + \sqrt{2}, 2)$

12. $\frac{120}{119}$

13. 2π

第貳部分：混合題

14. 1

15. (24, 7)

16. $\frac{168 - 49\sqrt{3}}{50}$