

# 台北市師大附中 112 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

## 一、單選題（占 10 分）

---

|                        |
|------------------------|
| 說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。 |
|------------------------|

1. 設三直線  $L_1: 3x - 2y = 0$ ， $L_2: x + 2y = 0$ ， $L_3$  可以圍成一個三角形，則  $L_3$  可能為下列選項中的哪一個？

(1)  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

(2)  $3x + 6y - 9 = 0$

(3)  $\sqrt{3}x + y = 0$

(4)  $-\frac{x}{2} - y + 23 = 0$

(5)  $2x - y = 1$

2. 已知直線  $L: x + \sqrt{3}y + k = 0$  與圓  $C: (x - 2)^2 + y^2 = 9$  至少交於一點，則  $k$  的值不可能是下列何者？

(1) 5

(2) 4

(3)  $\pi$

(4) 3

(5) 2

## 二、多選題（占 18 分）

---

|                                 |
|---------------------------------|
| 說明：第 3 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0) |
|---------------------------------|

3. 下列選項中哪一方程式所代表的圖形為一個圓？

(1)  $x^2 + y^2 + 2x = 0$

(2)  $x^2 + (y - 1)^2 = 5$

(3)  $\sqrt{x^2 + y^2} = 3$

(4)  $y = \sqrt{1 - x^2}$

(5)  $\sqrt{x^2 + y^2} = k\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}, k > 0$

4. 平面上有一圓  $C: (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$ ，圓內有一點  $A\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ ，圓心  $Q(-3, 1)$  已知直線  $L: 2x - y + 2 = 0$ ，則下列選項何者正確？

(1) 設  $P(x, y)$  為圓  $C$  上動點，則  $\overline{AP}$  的最小值為  $\frac{5}{2}$

(2) 設  $P(x, y)$  為圓  $C$  上動點，則  $\overline{AP}$  的最大值時， $P$  點坐標為  $(-7, -2)$

(3) 直線  $L$  與圓  $C$  恰交於兩個點

(4) 若直線  $L$  與直線  $\overleftrightarrow{AQ}$  的交點為  $M$ ，則  $M$  在圓  $C$  上

(5) 若直線  $L$  與直線  $\overleftrightarrow{AQ}$  的交點為  $M$ ，且  $A$  對  $L$  的投影點為  $B$ ，則  $\triangle BAM$  的面積為  $\frac{5}{4}$

5. 如圖灰色區域為二元一次聯立方程組  $\begin{cases} ax + by + 2 \geq 0 \\ dx + ey + f < 0 \end{cases}$  的解所形成的區域，則下列敘述何者正確？

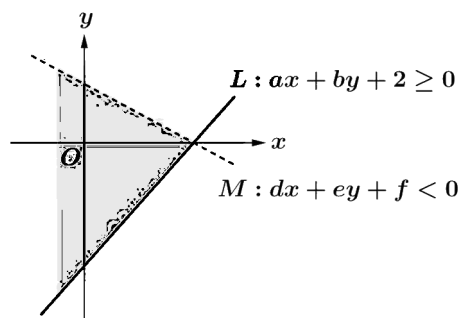
(1)  $a < 0$

(2)  $b < 0$

(3)  $d > 0$

(4)  $ab < 0$

(5)  $ef > 0$



### 三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每格 5 分。

6. (1)  $x$  截距為 3，斜率為  $-2$  之直線方程式為  $\underline{(6-1)x + y - (6-2) = 0}$ 。

(2)  $A(-1, 0), B(1, 4)$  為坐標平面上的兩點，

則  $\overline{AB}$  之中垂線為  $\underline{x + (6-3)y - (6-4) = 0}$ 。

7. 給定一圓  $C: x^2 + y^2 = 25$  及一點  $P(3, 4)$ ，則過點  $P$  與圓  $C$  相切的直線方程式為

$\underline{(7-1)x + (7-2)y - 25 = 0}$ 。

8.  $P(a, b)$  為  $L_1: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 5$  與  $L_2: y = 2x + k$  的交點，

則  $\sqrt{a^2 + b^2}$  的最小值為  $\underline{(8-1)(8-2)}$ 。

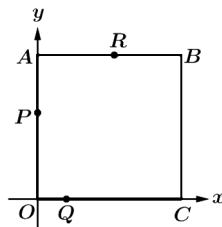
9. 設  $k$  為實數，已知  $C: x^2 + y^2 - 2kx - 6y - 1 = 0$ ，則：

(1) 此圓面積的最小值為  $\underline{(9-1)(9-2)\pi}$

(2) 當此圓面積為最小時，此時的圓心坐標為  $\underline{(9-3, 9-4)}$ 。

10. 坐標平面上有一個邊長為 5 的正方形  $OABC$ ，如圖。今某甲在點  $P(0, 3)$  處向  $x$  軸發射一顆彈珠，彈到  $Q(1, 0)$  後向上反彈到線段  $\overline{AB}$ ，若不考慮其他外力因素干擾，當彈珠第一次碰到  $\overline{AB}$  時，交點坐

標  $R$  為  $\underline{\left(\frac{(10-1)}{(10-2)}, (10-3)\right)}$ 。



11. 已知  $P(1, 3)$  對直線  $L: x - 2y = 1$  的對稱點為  $Q$ ， $Q$  對直線  $M: 3x + 2y = 11$  的對稱點為  $R$ ，則過

$P, Q, R$  三點的圓方程式為  $\underline{(x - (11-1))^2 + (y - (11-2))^2 = (11-3)}$

12. 設  $R$  為平面上所有滿足二元一次聯立方程組  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x - y - 4 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 8x \leq 0 \end{cases}$  的點  $P(x, y)$  所形成之區域，則  $R$  的面積為 12-1  $\pi$ 。

13. 圓  $C: x^2 + y^2 = 4$ ，圓外兩點  $A(0, 3)$ ， $B(-4, 0)$ ，已知  $P(x, y)$  為圓  $C$  上一點，則  $\triangle ABP$  面積的最大值 13-1 13-2。

14. 設圓  $C$  的圓心  $Q$  在  $x - 2y = 0$  的直線上，又此圓與  $x - y = -1$  以及  $x - y = 3$  所截的線段長皆為 10，則圓  $C$  的方程式為  $(x - 14-1)^2 + (y - 14-2)^2 = 14-3$  14-4。

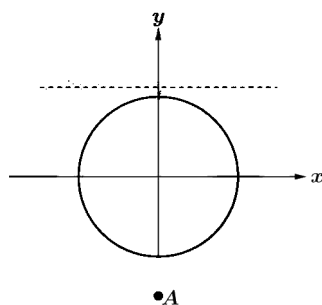
15. 已知圓  $C$  通過  $A(-2, 7)$ ，且與直線  $L: 4x + 3y = 14$  相切於  $B(-1, 6)$ ，則圓  $C$  的方程式為  $(x - 15-1)(15-2)^2 + (y - 15-3)^2 = 15-4$  15-5。

第貳部分：混合題（占 12 分）

**說明：**本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 16 — 18 題組

藍天 集團即將在跨年時舉辦一個跨年晚會，已知晚會場地中有一個半徑為  $20\sqrt{2}$  公尺的圓形舞台，預計在舞台中心(如圖中原點位置)的正前方 30 公尺處規劃一直線的觀眾區(如圖虛線處)，在距離舞台中心後方 40 公尺處  $A$  點，規劃工作人員籌備區，試問：



16. 若從  $A$  處用兩條直線  $L_1, L_2$  與圓相切劃分出籌備區，且兩條直線的斜率分別為  $m_1, m_2$ ，求  $m_1 + m_2$  之值為何？(非選擇題，4 分)

17. 已知籌備區為圓形舞台後方之封閉區域  $R$ ，請用聯立不等式表示  $R$  的區域(含邊界)。(非選擇題，4 分)

18. 已知從觀眾區向舞台觀看無法看到籌備區，此時觀眾區的範圍長度為何？(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 5 2. 1

3. 123 4. 12345 5. 134

6. (1)  $2x + y - 6 = 0$  ; (2)  $x + 2y - 4 = 0$

7.  $3x + 4y - 25 = 0$

8. 12

9. (1)  $10\pi$  ; (2)  $(0, 3)$

10.  $\left(\frac{8}{3}, 5\right)$

11.  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 8$

12.  $6\pi$

13. 11

14.  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 27$

15.  $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$

第貳部分：混合題

16. 0

17.  $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 800 \\ x - y - 40 \leq 0 \\ x + y - 40 \geq 0 \\ y \leq -20 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 800 \\ x - y - 40 \leq 0 \\ x + y - 40 \geq 0 \\ -20 \leq x \leq 20 \end{cases}$

18. 140